Office - Peters

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Goldmark 9.—, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.35, Beilagen mit Goldmark 60.— berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 2. Ausgegeben am 15. Januar 1927. No. 726. Printed in Germany. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

A. Wigand, Die Erhaltung der Erdladung durch den Blitzstrom. S. 65—69.
G. Ortner und G. Stetter, Die Hörbarmachung von *H*-Strahlen. S. 70—72.
C. Manneback, Dielektrizitätskonstante und Starkeffekt polyatomiger Dipolgase mit symmetrischen Molekülen nach der Wellenmechanik. S. 72—84.
C. Wieselsberger, Über den Luftwiderstand bei gleichzeitiger Rotation des Versuchskörpers. S. 84—88.
J. Th. Groosmuller, Zur Theorie der Oberflächenschichten, S. 88—89.
S. Eskeland, Intensitätsänderungen der Linien eines Quecksilbertripletts. S. 89—92.
L. Vegard, Bemerkungen zu der Arbeit von S. Eskeland. S. 92—93.

Zusammenfassende Berichte:

A. E. Lindh, Bericht über die Entwicklung der Röntgenspektroskopie während der Jahre 1921—1925. II. Teil. (Schluß). S. 93—125.

Besprechungen:

R. Ambronn, Methoden der angewandten Geophysik. Bd. XV. S. 126.
H. Geiger und K. Scheel, Handbuch der Physik. Bd. X. S. 127.
H. Ulich, Über die Beweglichkeit der elektrolytischen Ionen. S. 127.
H. Freundlich, Fortschritte der Kolloidchemie. S. 128.
R. Couffon, Transport de l'Electricité. S. 128.
The Svedberg, Kolloidchemie. S. 128.
F. W. Küster, Logarithmische Rechentafeln für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker. S. 128.
L. W. Pollak, Rechentafeln zur harmonischen Analyse. S. 128.

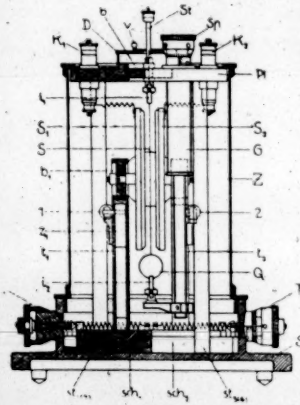
Personalien. S. 128.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Mit einer Beilage von Gebrüder Borntraeger in Berlin betreffend: Guertler, Metallographie.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Einführung in die Elemente der höheren Mathematik

Von Professor Dr. **Hahn** und Professor Dr. **Tietze**

Mit 83 Figuren im Text. XII und 331 Seiten mit alphabetischem Sachregister und einer Zusammenstellung mathematischer Zeichen. Gr.-8°. 1925. Geh. M. 18.—, Ganzln. M. 20.—

Aus dem Inhalt: I. Von den Zahlen: Die rationalen Zahlen. Die irrationalen Zahlen. Grenzwerte unendlicher Zahlenfolgen. II. Von den Funktionen: Der Funktionsbegriff. Exponentialfunktionen und trigonometrische Funktionen. Zwischenwertsatz, Umkehrfunktionen. III. Differentialrechnung: Steigung einer Kurve und Ableitung einer Funktion. Die Ableitungen der einfachsten Funktionen. Anwendungen der abgeleiteten Funktionen. Höhere Ableitungen. Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung. Anwendungen. IV. Integralrechnung: Unbestimmte Integrale. Bestimmte Integrale. Anwendungen des Integralbegriffes. Berechnung von Funktionen. Differentialgleichungen. Funktionen von mehreren Veränderlichen. Alphabetisches Sachregister. Zusammenstellung mathematischer Zeichen.

Das vorliegende Werk wendet sich an jeden, der „Differential- und Integralrechnung wegen ihrer Anwendungen in Natur- und technischen Wissenschaften lernen und nicht nur mechanisch ihre Regeln sich aneignen, sondern auch sie verstehen will". In der Tat haben die Verfasser es verstanden, ihren Stoff so darzustellen, daß der Leser, durch praktische Probleme angeregt, zuerst den Sinn und Zweck der Sache kennen lernt, ehe Begriffe, Methoden, Beweise in endgültiger Fassung an ihn herantreten. Das Buch behandelt zunächst Zahlen, Grenzwerte und Funktionen, bringt dann die Elemente der Differential- und Integralrechnung und schließt mit einfachen Differentialgleichungen und dem Wichtigsten über Funktionen mehrerer Veränderlichen ab. Zahlreiche ausführlich durchgerechnete Beispiele aus Geometrie und Physik erweisen die oben gekennzeichnete Gesinnung des Werkes.

E. Nies (Physikalische Zeitschrift)

Einführung in die höhere Mathematik

für Studierende und zum Selbststudium von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. ing. **Hans v. Mangoldt †**

I. Band: **Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung und der analytischen Geometrie.** Mit 132 Fig. 4. Aufl. 1923. XVII u. 516 S. m. Reg. Gr.-8°. Ungeb. M. 13.50, geb. M. 16.-.

II. Band: **Differentialrechnung.** Mit 99 Fig. 4. Aufl. 1925. XII u. 531 S. m. R. Gr.-8°. Ungeb. M. 13.50, geb. M. 16.-.

III. Band: **Integralrechnung.** Mit 115 Fig. 3. Aufl. 1922. XII u. 571 S. m. R. Gr.-8°. Ungeb. M. 13.50, geb. M. 16.-.

Unter den neueren Lehrbüchern der höheren Mathematik erfreut sich das vorliegende mit Recht ganz besonderer Wertschätzung, und der Kreis derer, die das Werk mit Nutzen zu Rate ziehen, ist, wie u. a. die rasche Folge neuer Auflagen zeigt, in ständigem Wachsen begriffen. Es handelt sich hier um eine mit größter Sorgfalt und methodischer Gründlichkeit durchgeführte Darstellung der Grundlagen und des Aufbaues der höheren Mathematik, deren Anschaulichkeit jede Schwierigkeit des Verständnisses ausschaltet. Den auf der elementaren Kenntnis aufgebauten allgemeinen Entwicklungen werden durchweg eine Reihe spezieller Beispiele angefügt, deren Durchrechnung in allen Einzelheiten verfolgt wird. Der Studierende der Mathematik oder benachbarter, auf höhere Mathematik angewiesenen Wissensgebiete erhält dadurch eine Anführung, die ihn zu selbständigem Fortschreiten auf dem behandelten Gebiet befähigt, während anderseits auch derjenige, dessen Aufgaben ihn mehr gelegentlich auf höhere Mathematik hinweisen, ein Orientierungsmittel findet, das in den meisten Fällen die mathematischen Schwierigkeiten dieser Aufgaben wird beseitigen können.

VERLAG S. HIRZEL IN LEIPZIG C1

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 2. 15. Januar 1927. Redaktionsschluß für No. 4 am 5. Februar 1927. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

A. Wigand, Die Erhaltung der Erdladung durch den Blitzstrom. S. 65.

G. Ortner u. G. Stetter, Die Hörbarmachung von *H*-Strahlen. S. 70.

C. Manneback, Dielektrizitätskonstante und Starkeffekt polyatomiger Dipolgase mit symmetrischen Molekülen nach der Wellenmechanik. S. 72.

C. Wieselsberger, Über den Luftwiderstand bei gleichzeitiger Rotation des Versuchskörpers. S. 84.

J. Th. Groosmuller, Zur Theorie der Oberflächenschichten. S. 88.

S. Eskeland, Intensitätsänderungen der Linien eines Quecksilbertripletts. S. 89.

L. Vegard, Bemerkungen zu der Arbeit von S. Eskeland. S. 92.

Zusammenfassende Berichte:

A. E. Lindh, Bericht über die Entwicklung der Röntgenspektroskopie während der Jahre 1921—1925. (Schluß.) S. 93.

Besprechungen:

R. Ambronn, Methoden der angewandten Geophysik. Bd. XV. S. 126.

H. Geiger u. K. Scheel, Handbuch der Physik. Bd. X. S. 127.

H. Ulich, Über die Beweglichkeit der elektrolytischen Ionen. S. 127.

H. Freundlich, Fortschritte der Kolloidchemie. S. 128.

R. Couffon, Transport de l'Electricité. S. 128.

The Svedberg, Kolloidchemie. S. 128.

F. W. Küster, Logarithmische Rechentafeln für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker. S. 128.

L. W. Pollak, Rechentafeln zur harmonischen Analyse. S. 128.

Personalien. S. 128.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Erhaltung der Erdladung durch den Blitzstrom.

Von A. Wigand.

1. Aufgabe.

Der unbekannte Vorgang, der für die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung sorgt und dem zur Erde gerichteten luftelektrischen vertikalen Leitungsstrom das Gleichgewicht hält, ist bis in die jüngste Zeit Gegenstand angestrengter Forschung gewesen. Dieses „luftelektrische Grundproblem" wurde zwar in der Fragestellung weitgehend geklärt[1]), aber die physikalische Natur des zur Erhaltung der Erdladung erforderlichen dauernden Zustroms negativer Elektrizität zur Erdoberfläche hat man noch nicht überzeugend bestimmen können.

Mancherlei Vorgänge sind für dieses Problem als möglich in Erwägung gezogen und auch rechnerisch und experimentell geprüft worden. Es scheint mir aber, daß eine recht naheliegende Möglichkeit nicht ernsthaft genug ins Auge gefaßt worden ist, nämlich der Elektrizitätstransport von der Atmosphäre zur Erde durch die Gesamtheit der Blitze. An diesen Blitzstrom hat man im Hinblick auf das Erdladungsproblem wohl gelegentlich gedacht, in älteren und neueren deutschen wie englischen Arbeiten, z. B. bei der Gewittertheorie von C. T. R. Wilson[1]) und H. Gerdien, nach der die negative Erdladung ergänzt werden soll durch die Elektrizität von Gewitterwolken, und zwar in Form von Blitzen, Leitungsströmen und auch Niederschlagsladungen. Die letzteren kommen für die Erzeugung der negativen Erdladung nicht in Betracht, da sie überwiegend positiv sind; und über die vertikalen Leitungsströme im hochgespannten Gewitterfeld kann heute noch nichts ausgesagt werden. Aber für die Richtung und womöglich auch für die Größe des Blitzstromes, der insgesamt zur Erde gelangt, ist mit Bezug auf das Erdladungsproblem eine bisher noch nicht unternommene kritische Prüfung der verfügbaren Messungsergebnisse wohl an der Zeit.

2. Erdladung und vertikaler Leitungsstrom.

Die mittlere negative Gesamtladung der Erde ist nach dem Durchschnittswerte des luftelektrischen Spannungsgefälles am Erdboden von rund 100 Volt/m auf $3 \cdot 10^5$ Coulomb zu schätzen. Sie bleibt dauernd erhalten trotz des vertikalen Leitungsstromes, der im weitaus größten Teile des Jahres, mit Ausnahme der

1) Vgl. z. B. H. Benndorf, Physik. Zeitschr. **26**, 81, 1925; Wien. Akad. Ber. (IIa) **134**, 281, 1925.

1) Neuerdings angeführt von E. V. Appleton, Phys. Soc. London and Roy. Met. Soc., A discussion on ionization in the atmosphere and its influence on the propagation of wireless signals London 1925. p. 49 D; Referat Meteor. Zeitschr. **43**, 313, 1926; C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. A. **111**, 1, 1926; Referat Zeitschr. f. Hochfrequenztechn. (Jahrb. d. drahtl. Tel.) **28**, 64, 1926.

relativ seltenen Störungen durch Gewitter und Staubstürme, überall, wo man auf der Erde gemessen hat, von der Luft zur Erde gerichtet ist. Für seine mittlere Stromdichte ist, mit voller Berücksichtigung der auf den Ozeanen ausgeführten Messungen, folgender Wert anzunehmen:

$$8{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ elektrostat. Ladungseinheiten/cm}^2 \cdot \text{sec} = 2{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ Amp/km}^2.$$

Das ergibt für die gesamte Erdoberfläche

1400 Amp.

Diesem Gesamtstrom gleich und von umgekehrter Richtung müßte der gesamte mittlere Blitzstrom sein, wenn er der Erhalter der Erdladung wäre. Sehen wir zu, was sich über seine Richtung und Größe aussagen läßt.

3. Stromrichtung der Blitze.

Für die Strömungsrichtung bei Blitzschlägen liegen weit über 1000 Messungen nach zwei verschiedenartigen Methoden vor, mit dem übereinstimmenden Ergebnis bei jedem der 8 Beobachter, daß die Stromrichtung Erde—Wolke über die Richtung Wolke—Erde durchweg überwiegt.

Die Messungen an magnetisierten Gesteinen nahe bei Blitzeinschlägen ergaben die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Anzahlen der Blitzschläge:

Beobachter	Land	Stromrichtung Erde—Wolke	Wolke—Erde
Fischer[1]	Hamburg	1	—
Folghereiter[2]	Campagna Romana	6	1
Toepler[3]	Sachsen	5	3
„	Böhmen	54	30
Trovato-Castorina[4]	Sizilien (Ätna)	38	12
Matthias[5]	Deutschland	2	1
	insgesamt	106	47
	Summe	153	
	Differenz	59 = 39 Proz.	

Die Differenz gibt die Zahl der Blitze (auch in Prozenten der Gesamtzahl) an, welche negative Überschußladung zur Erde führen, nachdem die Zahl der einander neutralisierenden Blitze mit entgegengesetzter Stromrichtung in Abzug gebracht ist.

Auch eine Anzahl Magnetierungsmessungen im französischen Mittelgebirge (Puis) von Brunhes[1]) ergaben, daß die Stromrichtung in Blitzen vorwiegend von der Erde zur Wolke geht; Zahlenangaben fehlen hierzu. Weitere solche Messungen in Sizilien (Ätna) und Stromboli von Platania[2]) hatten das gleiche Ergebnis.

Ferner liegen neuere direkte Messungen der Blitzstromrichtung vor, die auf Beobachtungen der plötzlichen Feldänderungen bei Blitzschlägen beruhen und folgende Anzahlen von Blitzschlägen ergeben haben:

Beobachter	Land	Stromrichtung Erde—Wolke	Wolke—Erde
Wilson[3]	England	528	330
Matthias[4])	Deutschland	26	3
	insgesamt	554	339
	Summe	893	
	Differenz	215 = 24 Proz.	

Toepler ist zwar der Ansicht, durch die Ergebnisse der Magnetisierungsmessungen sei noch nicht erwiesen, daß die Blitzschläge mit der Stromrichtung Erde—Wolke tatsächlich die häufigeren seien; denn es könnten schwächere Blitzäste der entgegengesetzten Stromrichtung der Beobachtung entgangen sein, falls bei dieser Richtung (wie bei positiven Büscheln) stärkere Verästelung auftrete. Für die Feldänderungsmessungen von Wilson und Matthias, bei denen der plötzliche Aufbau oder Abbau des luftelektrischen Feldes in der Nähe eines Blitzschlages beobachtet wurde, fällt dieses Bedenken aber wohl weg, so daß wir bis zur Erlangung näherer Kenntnisse über diese Vorgänge wohl annehmen dürfen, daß das Überwiegen der aufwärts gehenden Blitzstromrichtung jedenfalls qualitativ zutrifft, und daß auch die gefundenen Zahlenverhältnisse der Blitzstromrichtungen annähernd der Wirklichkeit entsprechen.

Man hat auch versucht, einen Zusammenhang zwischen der Blitzfarbe und der Blitzstromrichtung festzustellen[5]), und könnte danach vielleicht aus den vorliegenden umfangreichen

1) J. G. Fischer, Pogg. Ann. **20**, 654, 1870.
2) G. Folghereiter, Frammenti concernenti la geofisica dei pressi di Roma Nr. 10. Spoleto 1900.
3) M. Toepler, Meteor. Zeitschr. **18**, 481, 1901.
4) G. Trovato-Castorina, Bolletino Acc. Catania **91**, p. 14, Juli 1906.
5) Noch nicht veröffentlichte Messungen an magnetisierten Stäbchen, die im Sommer 1926 neben Blitzableitern eingebaut waren; nach freundlicher persönlicher Mitteilung.

1) B. Brunhes, Journ. de Phys. **5**, 707, 1906.
2) G. Platania, Nature **98**, 209, 1916/17.
3) C. T. R. Wilson, Phil. Trans (A) **221**, 73 (83), 1920/21; B. Chauveau, Electr. atm. II, 247, Paris 1925.
4) Ich verdanke Herrn A. Matthias diese noch nicht veröffentlichten Angaben über seine im Sommer 1926 bei Berlin ausgeführten Versuche.
5) J. Elster und H. Geitel, Wien. Akad. Ber. (IIa) **101**, 1485, 1892.

Häufigkeitsbestimmungen der Blitzfarben[1]) weiteres Material zur Frage der überwiegenden Blitzstromrichtung bekommen. Die Beobachtungsergebnisse sind aber bis jetzt noch so widersprechend, daß sie sich für unsern Zweck nicht verwerten lassen.

4. Elektrizitätsmenge eines Blitzes.

Für die Elektrizitätsmenge, die in einem Blitze durchschnittlicher Stärke entladen wird, nimmt Toepler[2]) mit niedriger Schätzung 10 bis 20 Coulomb an, indem er nach Beobachtungen in Deutschland die Wärmewirkung von Blitzschlägen und Schätzungswerte für die Blitzdauer zugrunde legt.

Auch Wilson[3]) berechnet aus seinen Messungen schneller Feldänderungen bei Blitzentladungen in England den wahrscheinlichsten Mittelwert von 20 Coulomb für die Elektrizitätsmenge eines Blitzes.

Nicht unerheblich größer sind die Werte, die man durch Multiplikation der von Pockels[4]) an magnetisierten Gesteinen gemessenen Blitzstromstärken mit den gewöhnlich angenommenen[2]) mittleren Werten der Blitzdauer von 0,001 bis 0,01 sec erhält, nämlich im Mittel mindestens 72 Coulomb.

Mit diesen Werten der Blitzdauer ergibt sich auch aus den beobachteten Schmelzwirkungen von Blitzen[5]) für die mittlere Elektrizitätsmenge eines Blitzes ein Mittelwert von rund 100, jedenfalls nicht unter 50 Coulomb.

Wahrscheinlich wird ein Mittelwert von 50 Coulomb für die Elektrizitätsmenge eines Blitzes die Größenordnung am richtigsten treffen.

Zwar liegen aus den Tropen, wo die weitaus größte Zahl der Gewitter mit der größten Blitzhäufigkeit auftritt, noch keine Angaben über die Stromrichtung und die Elektrizitätsmenge der Blitze vor. Aber es ist vorläufig nicht einzusehen, warum für diese Blitzeigenschaften dort grundsätzlich andere Verhältnisse herrschen sollten, da der physikalische Vorgang der atmosphärischen Entladung dort der gleiche ist. Die größere Intensität des tropischen Gewitters kommt in der schnelleren Blitzfolge zum Ausdruck und wird bei der Blitzstatistik zu berücksichtigen sein.

5. Gewitter- und Blitzstatistik.

Hann[1]) hat eindringlich davor gewarnt, die Gewitter- und Blitzzählungen im gesamten meteorologischen Dienst der bewohnten Teile der Erde zur Berechnung einer Erdkarte der jährlichen Gewitterfrequenz oder gar zu einer Schätzung des Elektrizitätstransports durch die Blitze zu verwerten. Der nur geringe Wert einer solchen Statistik beruht auf der Ungleichartigkeit der Schätzungsverfahren in verschiedenen Ländern, ferner auf subjektiven Fehlern bei der Zählung der Gewitter und Blitze und auch auf beträchtlichen geographischen Interpolationen für Gebiete, aus denen die Beobachtungen fehlen.

Nun liegt eine viel beachtete, neue Berechnung dieser Art von Brooks[2]) aus dem britischen Meteorological Office vor, die in unserem Zusammenhange zu erörtern ist, da sie bezüglich der Gewitterstatistik offenbar mit Gewissenhaftigkeit ausgeführt worden und den luftelektrischen Problemen gegenüber anscheinend unbefangen ist.

Nach Brooks ist die mittlere Gesamtzahl der Gewitter auf der ganzen Erde im Jahr $16 \cdot 10^6$, also für den Tag 44000 und für die Stunde 1800. Die mittlere Blitzhäufigkeit eines starken Gewitters der gemäßigten Zonen oder eines mittelstarken tropischen Gewitters wird von Brooks nach einer Zählung von Marriot[3]) in West Norwood auf rund 200 Blitze pro Stunde geschätzt, so daß im Mittel für die ganze Erde 100 Blitze auf 1 sec kämen.

Während die von Brooks ermittelte Gesamt-Gewitterzahl vielleicht in der Größenordnung richtig sein mag und damit einigermaßen einen Begriff von den wirklichen Verhältnissen geben kann, ist seine nur nebensächlich behandelte Schätzung der Blitzzahl der wundeste Punkt unserer ganzen Rechnung. Nimmt man nämlich auch Blitzzählungen[4]) in Deutschland, Österreich und Griechenland hinzu und beachtet die schnelle Blitzfolge bei manchen Schilderungen tropischer Gewitter, so sieht man,

1) W. Krebs, Meteor. Zeitschr. **5**, 447, 1888; **6**, 30, 1889; S. C. Russell, Q. J. R. Met. Soc. 1908, 271; A. v. Obermayer, Meteor. Zeitschr. **29**, 433, 1912.

2) M. Toepler, Mitt. d. Hermsdorf-Schomburg Isolatoren G. m. b. H., Heft 25, S. 12, 1926.

3) C. T. R. Wilson, Phil. Trans. (A) **221**, 73 (91), 1920/21; B. Chauveau, Electr. atm., II, 251, Paris 1925.

4) F. Pockels, Ann. d. Phys. **63**, 105, 1897; **65**, 455, 1898; Meteor. Zeitschr. **15**, 41, 1898; **18**, 40, 1901; Physik. Zeitschr. **2**, 306, 1901; **3**, 22, 1902.

5) W. Kohlrausch, Elektrotechn. Zeitschr. 1888, 125; 1913, 1085; W. J. Humphreys, Monthly Weather Rev. Washington **43**, 396, 1915.

1) J. Hann u. R. Suering, Lehrb. d. Meteor., 4. Aufl. 1926, S. 678, und frühere Auflagen.

2) C. E. P. Brooks, Geophysical Memoirs Nr. 24 (Vol. III. Nr. 4), London 1925; Phys. Soc. London and R. Met. Soc., A discussion on ionization in the atmosphere and its influence on the propagation of wireless signals. London 1925, p. 47 D; Referat Meteor. Zeitschr. **43**, 313, 1926.

3) W. Marriot, Q. J. R. Met. Soc. **34**, 210, 1908.

4) M. Toepler, Verbands-Mitt. d. Ver. Dresdner Bez.-Ver. d. Ing. u. Dresdner Elektrotechn. Ver. vom 22. Febr. 1917, S. 11; J. Hann u. R. Suering, Lehrb. d. Meteor., 4. Aufl. 1926, S. 678 u. 679.

daß häufig mehrere 1000 Blitze pro Stunde in einem Gewitter vorkommen. Das Gesamt-Blitzzahl-Mittel pro sec kann daher ebensogut auf einige 1000 geschätzt werden.

Eine weitere Schwierigkeit liegt darin, daß eine Statistik darüber fehlt, wieviele der gezählten Blitze zwischen Wolken und wieviele zwischen Wolke und Erde erfolgten; nur die letzteren kommen ja für unseren Gesichtspunkt in Betracht. Es scheint, daß sie für gewöhnlich in der Überzahl sind. Vielleicht würde man für diese Blitze zwischen Erde und Wolke mit der Zahl 100/sec wenigstens die Zehnerpotenz richtig treffen; jedoch kommt mir diese Schätzung noch recht gewagt vor.

6. Größe des Blitzstroms.

Wenn es erlaubt sein sollte, im Mittel für die ganze Erde die Größenordnung 100/sec für die Blitze zwischen Erde und Wolke als richtig anzunehmen, so würden die im Abschnitt 3 berechneten Prozentzahlen derjenigen Blitze, die negative Überschußladung zur Erde führen, die mittlere sekundliche Zahl solcher Blitze darstellen. Indem wir diese mit 50 Coulomb, der wahrscheinlichen mittleren Elektrizitätsmenge eines Blitzes (Abschnitt 4), multiplizieren, ergibt sich der mittlere Transport negativer Ladung zur gesamten Erde in Coulomb/sec oder Ampère:

aus den indirekten Stromrichtungsmessungen durch Magnetisierung: $39 \cdot 50 = 1950$ Amp.,

aus den direkten Stromrichtungsmessungen durch Feldänderung: $24 \cdot 50 = 1200$ Amp.

Die mittlere Stärke des gesamten vertikalen Leitungsstromes fordert vom entgegengesetzten Blitzstrom als Erdladungserhalter eine Stromstärke von 1400 Amp. Sollte diese Übereinstimmung in der Größenordnung nichts als ein Zufall sein? Bei der Ungenauigkeit der zugrunde liegenden Schätzungen der Blitzzahl wage ich nicht, diese Frage zu beantworten; sie stellen, heißt aber fordern, daß die zu ihrer Beantwortung nötigen Messungen mit größerer Vollständigkeit und Genauigkeit ausgeführt werden.

7. Perioden des luftelektrischen Feldes.

Die Hypothese, daß der Blitzstrom für die Aufrechterhaltung der Erdladung sorge, gewinnt dadurch an Wahrscheinlichkeit, daß sie zwei merkwürdige Perioden des luftelektrischen Feldes am Erdboden zwanglos zu erklären vermag. Wenn dieses, wie gewöhnlich angenommen wird, seine primäre Ursache in einer negativen Eigenladung der Erde hat, und wenn diese Erdladung durch den Blitzstrom erzeugt wird, so müssen sich Perioden der Gewitterhäufigkeit in Perioden des Spannungsgefälles wiederfinden.

Die tägliche Schwankung des Spannungsgefälles hat nach Mauchly[1]) und Hoffmann[2]) eine einfache 24stündige Hauptwelle, die auf dem größten Teile der Erde, besonders über den Ozeanen sowie in der Arktis und Antarktis, gleichzeitig verläuft, also nicht nach Ortszeit, sondern nach Universalzeit. Das Maximum liegt in den Nachmittagsstunden von 16 bis 19 h M.G.Z. (mittlerer Greenwich-Zeit) nach Mauchly, von 14 bis 20 h M.G.Z. nach Hoffmann; das Minimum wird zwischen 4 und 11 h M.G.Z. durchlaufen. Bekanntlich hat die tägliche Kurve der Gewitterhäufigkeit über dem Land ihr Hauptmaximum zwischen Mittag und Abend nach Ortszeit, auch in den Tropen[3]); das nächtliche Gewittermaximum auf dem Ozean kann wegen der relativ geringen Gewittertätigkeit hier außer Betracht bleiben. Da die hauptsächlichen Aktionsgebiete der Gewittertätigkeit in Neu-Guinea und Niederländisch-Indien, in Afrika sowie in Mittel- und Süd-Amerika liegen[3]), so ergibt sich nach mittlerer Greenwich-Zeit mit den Unterschieden der geographischen Länge der folgende Tagesverlauf: die Gewittertätigkeit der ganzen Erde beginnt in den Morgenstunden zuzunehmen infolge des ortszeitlichen Nachmittagsmaximums im südöstlichen Aktionsgebiete. Zur gleichen Zeit fängt die Tageskurve des Spannungsgefälles zu steigen an. Die ortszeitlichen Nachmittagsmaxima der Gewittertätigkeit in den südlichen und südwestlichen Aktionsgebieten bewirken dann, daß für die ganze Erde die größte Zahl von Gewittern in den Nachmittagsstunden nach mittlerer Greenwich-Zeit im Gange ist und zu dieser Zeit auch die größten Ladungsbeträge der Erdoberfläche zuführt[4]). So kann die Mauchly-Hoffmannsche Periode des Spannungsgefalles nach Universalzeit ihre Erklärung finden.

Das Spannungsgefälle verläuft nach Bauer[5]) an elektrisch normalen Tagen für ungestörte Orte in einer 11-jährigen Periode wie die Sonnenfleckentätigkeit. Auch in der Häufigkeit der Gewitter und Blitze prägt sich nach v. Bezold

1) S. J. Mauchly, Phys. Rev. (2) **18**, 161 u. 477, 1921; **21**, 721, 1923; Terr. Magn. and atm. El. **28**, 61, 1923.
2) K. Hoffmann, Beitr. z. Phys. d. fr. Atm. **11**, 1, 1923.
3) Brooks, l. c.
4) Appleton, l. c.
5) L. A. Bauer, Terr. Magn. and atm. El. **26**, 33, 1923; Meteor. Zeitschr. **41**, 123, 1924.

und Hess[1]) die 11-jährige Periode der Sonnenflecken aus. Auf einen möglichen Zusammenhang dieser Gewitterperiode mit der Bauerschen Sonnenfleckenperiode des Spannungsgefälles hat bereits Gockel[1]) hingewiesen. Wenn der Blitzstrom die Erdladung erzeugt, ist daher die Bauersche Periode des Spannungsgefälles verständlich.

Bei der hier diskutierten Annahme der Erdladungserzeugung durch den Blitzstrom erscheint als letzte Energiequelle die Wärmestrahlung der Sonne, indem diese die Gewitterbildung veranlaßt auf dem Wege über die Bodenerwärmung und die Vertikalkonvektion der Luft. Die beiden letzteren Vorgänge in ihrem durch die Verteilung von Land und Meer bestimmten täglichen Verlauf könnten die Mauchly-Hoffmannsche Periode bedingen. Eine mit dem 11-jährigen Sonnenfleckenzyklus verbundene Schwankung der Sonnenstrahlung selbst würde sich in der Bauerschen Periode äußern.

8. Erdladung und Luftraumladung.

Das Problem des gesamten luftelektrischen Feldes, seiner Größe bis zu den oberen Luftschichten und seiner dauernden Neuerzeugung, ist umfassender als die hier behandelte Frage der Erhaltung der Erdladung durch den Blitzstrom. Sieht man ab von der positiven Raumladung, die in den bodennahen Luftschichten durch Ionenstauung vor der Erdoberfläche als negativer Elektrode entstehen mag, so ist nach dem Vertikalverlauf des Spannungsgefälles und Ionengehalts in der freien Atmosphäre zu schließen, daß auch in den bodenfernen Luftschichten der Troposphäre normalerweise positive Raumladung vorhanden ist, für deren Aufrechterhaltung gegen das Spiel des vertikalen Leitungsstroms gesorgt sein muß.

Während sich die der Erde zugeführte Blitzladung schnell gleichmäßig verbreiten wird, kann dies für die etwa im Gewitter gebildeten Luftraumladungen nicht der Fall sein. Wir müssen daher für deren Erzeugung in den von Gewittern ungestörten Gebieten andere Ursachen suchen[2]). Das gilt auch für die an der unteren Grenze der Stratosphäre vorhandene Doppelschicht von negativer Raumladung in 9 bis 12 km Höhe und positiver Raumladung in 12 bis 19 km Höhe, auf die man nach den Messungen des Spannungsgefälles von Idrac[3]) wohl zu schließen hat.

1) A. Gockel, Das Gewitter, 3. Aufl. 1925, S. 265.
2) A. Wigand, Physik. Zeitschr. **22**, 623, 1921; E. Everling u. A. Wigand, Ann. d. Phys. **66**, 261, 1921.
3) P. Idrac, C. R. **182**, 1634, 1926.

Wenn die Erde durch den Blitzstrom einen Überschuß an negativer Ladung empfängt, so muß im Gesamtprozeß des Gewitters auch freie positive Ladung gleicher Größe auftreten. Nach den Simpsonschen Messungen der Niederschlagselektrizität besitzen die Niederschläge tropischer Gewitter positive Überschußladung. Eine Berechnung der Gesamtmenge dieser Ladung für einzelne Gewitter ist meines Wissens bisher noch nicht ausgeführt worden; es hat aber den Anschein, daß diese positive Ladung insgesamt von einer geringeren Größenordnung ist als die abwärts fließende negative Überschußladung der Blitze.

Nun hat man häufig auch Blitze beobachtet, die aus der Gewitterwolke nach oben gehen. Es liegt nahe, wesentlich in diesen Blitzen die positive Ladung zu suchen[1]), die der negativen Überschußladung der nach unten zur Erde gehenden Blitze entspricht.

9. Ergebnis.

Die kritische Untersuchung des vorliegenden Beobachtungsmaterials zur Prüfung der Frage, ob die negative Erdladung aufrecht erhalten werden kann durch eine negative Überschußladung der Gesamtheit der zur Erde kommenden Blitze, hat ergeben, daß die Blitzstromrichtung zutrifft, da die Strömung der überwiegenden Zahl der Blitze zwischen Erde und Wolke aufwärts gerichtet ist. Zur zuverlässigen Angabe der Größe des gesamten Blitzstromes sind jedoch noch keine ausreichenden Unterlagen vorhanden; das unbefriedigende Ergebnis der Berechnung ist kaum in der Größenordnung sicher. Will man die geschätzte Zehnerpotenz der gesamten Blitzstromstärke gelten lassen, so ist ihre Übereinstimmung mit der Stärke des entgegengesetzt gerichteten vertikalen Leitungsstromes zu beachten. Die Lösung des Problems der Erhaltung der Erdladung auf diesem Wege braucht daher durchaus nicht als hoffnungslos angesehen zu werden. Nach dem heutigen Stande unserer Kenntnisse schließt der vertikale Elektrizitätstransport der Gewitter auch die Möglichkeit der Kompensation des normalen vertikalen Leitungsstromes und damit der Erhaltung der Erdladung ein.

1) C. T. R. Wilson, Phys. Soc. London and R. Met. Soc., A discussion on ionization in the atmosphere and its influence on the propagation of wireless signals. London 1925, p. 32 D; E. V. Appleton, ebenda p. 49 D.

Hohenheim-Stuttgart, Physikalisches Institut der Landw. Hochschule, am 14. Dezember 1926.

(Eingegangen 16. Dezember 1926.)

Die Hörbarmachung von H-Strahlen [1].

Von Gustav Ortner und Georg Stetter.

Im Verlauf der Untersuchungen über Atomzertrümmerung [2]) in Wien ergab sich das Bedürfnis, die bisher allein verwendete Szintillationsmethode durch eine andere Methode zu mindestens zu ergänzen, wenn nicht überhaupt zu ersetzen. Die Szintillationsmethode ist ja wohl mehr als irgendeine andere subjektive Beobachtungsmethode abhängig sowohl von der dauernden als auch der augenblicklichen physischen Disposition des Beobachters. Diesem Umstand muß Rechnung getragen werden, sowohl bei der Auswahl der Zähler als auch bei der Verwendung der als brauchbar befundenen Beobachter (Ruhepausen usw.). Die rasche Ermüdbarkeit der Augen hat zur Folge, daß die Dauer eines Versuches begrenzt ist, wenn man nicht andere Beobachter mit gleich guten Augen zur Verfügung hat. Ein Vorteil der Methode ist freilich ihre leichte Verwendbarkeit an allen Apparaten, kann doch ein Zinksulfidschirm je nach Bedarf in passender Größe gewählt und leicht in die unter den Versuchsbedingungen günstigste Lage gebracht werden.

Als andere Methode kommt derzeit die Bestimmung der Ionisation in Gasen in Betracht. Wir stellten uns im folgenden die Aufgabe, einen Apparat mit Ionisationskammer zu bauen, mit der erschwerenden Bedingung, daß er absolut verläßliche Schlüsse auf die tatsächliche Zahl der in die Kammer eintretenden Partikel erlaubt. Es war nach allem, was über die Geigersche Spitzenkammer an Erfahrungen gesammelt worden war (hauptsächlich von H. Greinacher) klar, daß diese für unsere Zwecke nicht geeignet war. Nach den Ergebnissen von Greinacher [3]) zeigte sich zwar ein deutlicher Unterschied zwischen Stößen, die von α- bzw. β-Partikeln herrührten; aber dieser Unterschied war keineswegs so groß, wie es dem Verhältnis der primär erzeugten Ionenmengen entsprechen würde. Dieser Umstand mußte gerade bei H-Strahlen und Atomtrümmern sehr ins Gewicht fallen, denn es war zu erwarten, daß die α-Strahlen von den H-Strahlen kaum unterscheidbar sein würden; dafür sprechen auch bisher nicht veröffentlichte Versuche von N. Kreidl. Man mußte daher von vornherein an eine bloße Verwendung der Primärionisation denken, die durch ein Verstärkeraggregat bis zur Hörbarkeit im Lautsprecher verstärkt werden sollte. Also nicht Verstärkung der Ionisation durch Stoß (Spitzenentladung), sondern Verstärkung der am Gitter der ersten Röhre durch die kleine Menge von Primärionen erzeugten Aufladung mit einen Niederfrequenzverstärker. Eine bald darauf erschienene Arbeit von H. Greinacher [1]), in der diese Aufgabe für α-Strahlen gelöst ist, zeigte jedenfalls die Möglichkeit einer so hohen Verstärkung mit den üblichen Mitteln.

Eine kurze Überschlagsrechnung soll zeigen, wie die Verhältnisse liegen. Ein α-Strahl aus Po erzeugt auf seiner Bahn etwa 150000 Ionenpaare; das entspricht einer Ladung von etwa 2×10^{-14} Coulomb. Nimmt man, was etwa den vorliegenden Verhältnissen entspricht, die Kapazität von Ionisationskammer + Gitter der ersten Röhre zu rund 5 cm an, so würde sich eine Spannung von etwa 3 Millivolt am Gitter ergeben. Von dieser Anfangsspannung geht man also aus. Berücksichtigt man, daß nach den Abmessungen und der Spannung an unserer Ionisationskammer die α-Stöße einer Frequenz von 125 aufwärts entsprechen, so rechnet man leicht aus, daß der Gitterableitungswiderstand größer als 5×10^{9} Ohm sein soll. Es hängt also der Erfolg wesentlich davon ab, daß als Eingang eine Röhre verwendet wird, die über eine ausgezeichnete Gitterisolation und natürlich eine möglichst kleine Kapazität der Innenelektroden verfügt. Die Ionisationskammer hat gleichfalls die Bedingung einer kleinen Kapazität zu erfüllen, in unserem Falle ist es ein Messingzylinder von 50 mm Länge und 27 mm Innendurchmesser, in dessen Achse ein 0,5 mm dicker Kupferdraht liegt; die Kapazität dieser Kammer beträgt etwa 0,6 cm; eine weitere Verkleinerung der Kapazität hat wegen der sich dazu addierenden Gitterkapazität keinen Sinn. Das Überkriechen von Ladungen von der an etwa 800 Volt liegenden Ionisationskammer über die Hartgummiisolation zu der mit dem Gitter verbundenen Innenelektrode wurde durch einen Erdungsring aus Messing unmöglich gemacht. Die Innenelektrode der Kammer war direkt mit dem Gitter der ersten Röhre verbunden. Bei den ersten Versuchen gelangte als Eingangsröhre eine Radiomikro zur Verwendung, die Herr Prof. Greinacher in überaus liebenswürdiger Weise an Herrn Pettersson hierher übersandt hatte, nachdem Versuche mit anderen Röhren zu keinem Erfolg geführt hatten. Diese Röhren zeichnen sich durch eine vorzügliche Gitterisolation aus (etwa 10^{12} Ohm). Wir ersetzten sie bald durch die Marconi D.E.V.-Röhre, die gleichfalls eine vorzügliche Gitterisolation

1) Ausführliche Mitteilung demnächst in „Mitt. a. d. Inst. f. Radiumforschung" (Akad. d. Wissenschaften in Wien).

2) Pettersson, Kirsch, Atomzertrümmerung. Leipzig 1926 (dortselbst weitere Literatur).

3) H. Greinacher, Zeitschr. f. Physik **23**, 361 ff., 1924.

1) H. Greinacher, Zeitschr. f. Physik **36**, 364 ff., 1926.

hat, aber gleichzeitig auch eine sehr kleine Elektrodenkapazität, da die Zuleitungen nicht durch einen Sockel, sondern weit voneinander entfernt durch die Röhrenwandungen eingeführt sind. Mit dieser Röhre wurden alle weiteren Versuche angestellt. Ionisationskammer und Eingangsröhre waren in einen geerdeten Kupferzylinder sehr stabil verschraubt (Fig. 1), wodurch eine ganz kurze Gitterzuleitung und vollkommene elektrische Abschirmung gewährleistet war. Außerdem war der Kupferzylinder so aufgestellt, daß auch akustische und mechanische Störungen möglichst wenig Einfluß hatten.

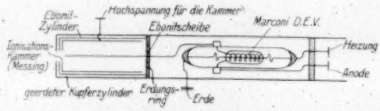


Fig. 1.

Der Anodenkreis der Eingangsröhre war mit dem Gitter der zweiten Röhre durch einen 1:4 Niederfrequenz-Transformator gekoppelt; die zweite bis fünfte Stufe war ein Mikrophonverstärker vom Radiowerk Schrack in Wien, in diesem ist die zweite und dritte Stufe über einen Transformator gekoppelt, die dritte und vierte, vierte und fünfte je widerstandsgekoppelt. Diese Verstärkung erwies sich als nicht ausreichend, um α und H wirklich quantitativ zählbar zu erhalten; man hörte wahrscheinlich nur die unter günstigsten Bedingungen in die Kammer gelangenden. Eine über einen Transformator (1:6) angehängte sechste Stufe ergab im Lautsprecher sehr kräftige α-Knacke und deutlichere aber schwächere H-Knacke aus Paraffin. Dabei waren allerdings manche der H-Knacke so schwach, daß man annehmen mußte, daß viele vielleicht überhaupt dem Beobachter entgehen. Da es der vorsichtig durchgeführte Aufbau der früheren Stufen erlaubte, noch eine Stufe rückkopplungsfrei anzuhängen, wurde eine siebente Stufe über einen Transformator (1:10) als Ausgang des ganzen Verstärkers angeschlossen. Jede Stufe des Verstärkers stand in einem besonderen geerdeten Blechkästchen; die Eingangsröhre, der Verstärker von Schrack und die beiden Endstufen hatten je eine eigene Anodenbatterie. Die Charakteristik einer jeden Röhre wurde aufgenommen und der Arbeitspunkt durch die passende Gitterspannung festgelegt. Als Röhren im Verstärker erwiesen sich Radiomikro, Müller Valvo Ökonom, Valvo Lautsprecher, Philips Lautsprecher-Röhren unter den uns zur Verfügung stehenden am geeignetsten. Das Resultat hängt auch hier sehr von der Art der Röhren und ihrer Zusammenstellung ab. Der ganze Verstärker exklusive Eingangsröhre und Ionisationskammer, waren in einen mit Filz ausgekleideten Holzkasten gestellt. Es braucht nicht erwähnt zu werden, wie notwendig die erwähnten Maßnahmen sind, um elektrische und akustische Störungen vom Verstärker möglichst fernzuhalten. Als Lautsprecher eignete sich besonders der Falzlautsprecher von Telefunken, den uns Herr Ober-Ing. Turek bei Siemens & Halske in Wien in freundlicher Weise zur Verfügung stellte. Der Falzlautsprecher scheint eine geringere Neigung zum Selbsttönen (verursacht durch mechanische und akustische Erschütterungen) zu haben, als die üblichen Lautsprecher; er wurde bei Zählungen fast ausschließlich verwendet. Die Verstärkung der ganzen Anordnung wurde in der Weise gemessen, daß der von der letzten Röhre kommende Stromstoß[1]) durch eine weitere Röhre gleichgerichtet und im Galvanometer ballistisch gemessen wurde; es ergab sich daraus eine Verstärkung auf rund das 100 Millionenfache der auf das Gitter der Eingangsröhre gelangenden Ladung.

Die natürlichen H-Strahlen aus Paraffin unter Bestrahlung mit α-Strahlen aus Polonium ergaben jetzt kräftige Knacke, die in ihrer Lautstärke, wie zu erwarten, sehr verschieden waren. Reichweitenbestimmungen und Parallelzählungen nach der Szintillationsmethode lassen jedoch darauf schließen, daß prinzipiell wohl jeder H-Strahl, der in die Kammer gelangt, auch gehört wird. Dabei war der Unterschied zwischen H- und vollkräftigen α-Partikeln deutlich zu hören. Die bisherigen Versuche erlauben den Eintritt von Partikeln auch unter großen Winkeln. Dieser Umstand allein muß, selbst bei gleicher Reichweite aller Partikeln in der Kammer, infolge der verschiedenen Zeitdauer der Gitteraufladung verschiedene Lautintensitäten zur Folge haben. Wenn man das Ionisationsverhältnis von $\alpha:H$ etwa 4:1 annimmt, so läßt sich schätzen, daß α-Strahlen, die unter einem Winkel eintreten, dessen Tangente 4mal größer ist als die des Winkels, unter denen die H eintreten, mit diesen H-Strahlen bei gleicher Reichweite etwa gleich laut hörbar sein müssen. Darnach würden etwa 6 Proz. der H-Strahlen von α-Strahlen nicht unterschieden werden können.

Über die Abhängigkeit der Lautstärke von dem Ort und der Richtung des Eintretens in die Kammer wurden bei α-Strahlen aus Polonium einige rohe Versuche gemacht, in der Weise,

1) Es handelt sich nämlich um 2 Stöße verschiedenen Vorzeichens; siehe die ausführliche Mitteilung.

daß die α-Strahlen nach Passieren eines etwa 1 cm langen und 0,5 mm weiten Spaltes in die Kammer traten; bei der meist benützten Spannung von etwa 800 Volt konnte keine Abhängigkeit gefunden werden von der Entfernung von der Kammerachse, wenn die Partikel nur parallel zur letzteren gerichtet waren, dagegen eine deutliche Schwächung, wenn sie unter großen Winkeln zur Röhre liefen; dabei wurde in beiden Fällen die Reichweite ungefähr gleich gewählt.

Die Reichweite der α-Strahlen aus Polonium konnte ziemlich genau bestimmt werden, die Partikel wurden erst bei einer Distanz von 39,4 mm[1]) nicht mehr gehört. Es ist dabei

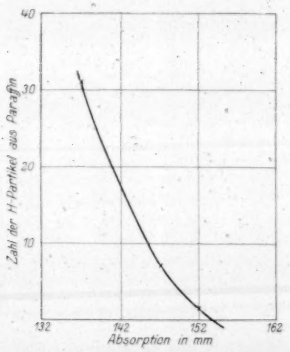


Fig. 2.

bemerkenswert, daß selbst bei sehr kleinen Restreichweiten (einige Millimeter) in der Kammer die Lautstärke noch sehr beträchlich ist, erst 2 bis 3 mm vor dem Ende werden die Knacke deutlich schwächer, um dann plötzlich ganz auszusetzen.

Von den natürlichen H-Strahlen aus Paraffin unter Bestrahlung von Polonium wurde eine Absorptionskurve aufgenommen. Als Strahlungsquelle für natürliche H-Teilchen eignet sich ganz besonders eine seit einem Jahre in Wien benutzte Anordnung, die aus einem starken Poloniumpräparat[2]) besteht, das mit einem Paraffindünnschnitt (20 bis 40 μ) und soviel Glimmer (4 cm L./Ä.) überdeckt ist, daß auch die durch die Poren des Paraffins durchgehenden α-Teilchen nicht austreten können. Dabei ist das Polonium in einer Messingkapsel verschlossen, deren ausgeschnittene Vorderwand Paraffin und Glimmer trägt. Zwischen der so verschlossenen Öffnung des Präparates und der Öffnung der Ionisationskammer wurden Glimmer wachsender Absorption eingeschoben; bei den größten Absorptionen konnten die Partikel ausgezählt werden (bei kleineren waren sie zu zahlreich) und aus nebenstehender Kurve (Fig. 2) ist zu ersehen, daß auch H-Partikel bis ans Ende der Reichweite vom Lautsprecher wiedergegeben werden.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß die Wirkung von β- und γ-Strahlen auf die Kammer mit Radiumpräparaten verschiedener Stärke geprüft wurde mit dem Resultat, daß keine deutlichen einzelnen β-Knacke, sondern bei schwachen Präparaten nur schwaches Rauschen gehört wurde, das mit zunehmender Präparatstärke immer stärker wurde, so daß bei einer Präparatstärke von etwa 15 mg *Ra*-Elem. schwache H-Knacke sicher nicht mehr gehört werden können.

Versuche über die Aufnahme der Stöße durch photographische Registrierung von Galvanometerausschlägen werden vorbereitet. Die subjektive Beobachtung der Galvanometerausschläge ergab für α-Partikel durchschnittlich den vierfachen Ausschlag wie für H-Partikel.

Wien, Institut für Radiumforschung und II. physikalisches Institut, Dezember 1926.

(Eingegangen 11. Dezember 1926.)

1) Reduziert auf 760 mm und 15° C.

2) Das Poloniumpräparat, das im vorliegenden verwendet wurde, war von Mme Curie in liebenswürdigster Weise für die Versuche hier im Institut zur Verfügung gestellt worden. Die Stärke acht Monate nach der Herstellung betrug noch etwa 3000 st. E. auf 12 mm² Fläche konzentriert.

Dielektrizitätskonstante und Starkeffekt polyatomiger Dipolgase mit symmetrischen Molekülen nach der Wellenmechanik[1]).

Von C. Manneback.

1. Die Dielektrizitätskonstante der zweiatomigen Dipolgase wurde nach der neuen Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik von Frl. Mensing und Pauli (1) und von Kronig (2) berechnet; wir haben dasselbe nach der de Broglie-Schrödingerschen Wellenmechanik gemacht (3). Ganz neuerdings hat Kronig (2') die Heisenbergsche Mechanik auf den Fall erweitert, daß das Dipolgas aus polyatomigen Molekülen mit zwei gleichen Haupt-

1) Als diese Arbeit beinahe abgeschlossen war, erschien eine Veröffentlichung von F. Reiche (Zeitschr. f. Phys. **39**, 444, 1926) über denselben Gegenstand. Da Reiche nur die erste Näherung, den linearen Starkeffekt behandelt und wir weiter gehen, scheint die Publikation gerechtfertigt.

trägheitsmomenten besteht. Das Molekül besitzt dann eine Symmetrieachse (das Gegenteil wäre nicht immer wahr) und aus Symmetriegründen fällt die Achsenrichtung des permanenten elektrischen Dipols mit der Symmetrieachse zusammen.

Wir wollen denselben Fall hier betrachten, jedoch nach der Wellenmechanik behandelt. Die Resultate, wie man erwarten mußte, sind übereinstimmend.

Wie in den früheren Arbeiten, handelt es sich nur um Gase mit starren Molekülen, die so weit vom kritischen Zustande entfernt sind, daß man die gegenseitigen Einstellungskräfte der Moleküle gegen die Einstellungskraft des äußeren elektrischen Feldes vernachlässigen darf.

Die Polarisation M des Gases schreibt sich [loc. cit. Gl. (2)]

$$M = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} F = N\left(\gamma + \mathfrak{C}\frac{\mu^2}{KT}\right)F, \qquad (1)$$

wo ε die Dielektrizitätskonstante, F das äußere elektrische Feld, N die Molekülzahl per Volumeneinheit, γ die Polarisierbarkeit, d. h. das elektrische Moment, das ein Molekül unter dem Einfluß eines Einheitsfeldes annimmt, μ das permanente von dem Molekül getragene elektrische Moment, K die universelle Boltzmannsche Konstante und T die absolute Temperatur bedeutet. $\mathfrak{C}$ ist im allgemeinen eine Funktion der Temperatur, deren Bestimmung eben unser Zweck ist.

Wie bekannt, gibt die klassische Theorie von Langevin-Debye (4) für $\mathfrak{C}$ einen von der Temperatur unabhängigen Wert $^1/_3$; dies gilt für alle starren Moleküle. Im Gegenteil ergab die alte Quantentheorie für $\mathfrak{C}$, im Falle von zweiatomigen Molekülen, eine langsam mit der Temperatur wachsende Funktion, deren Grenze für hohe Temperaturen von $^1/_3$ verschieden war (loc. cit.). Diese Ausnahme vom Korrespondenzprinzip ist in der neuen Quantenmechanik beseitigt. Hätte man weiter $\mathfrak{C}$ nach der alten Quantenmechanik für polyatomige symmetrische Moleküle berechnet, wie wir es später tun wollen, so hätte man die Grenze $^1/_3$ wiedergefunden. Die Wellenmechanik ergibt dasselbe Resultat in der Grenze, die Temperaturfunktion indessen ist nicht genau dieselbe.

2. Die Berechnung der Polarisation wird zurückgeführt (loc. cit.) auf die Bestimmung der Energie W_i^*, welche jeden der unendlich vielen verschieden möglichen diskreten Zustände oder „Niveaus", unter welchen ein Molekül im elektrischen Feld sich befinden kann, charakterisiert. Man kann dann die Zustandssumme

$$\zeta = \sum_i^\infty P_i e^{-\frac{W_i^*}{KT}} \qquad (2)$$

berechnen, wobei P_i das statistische Gewicht oder die a priori-Wahrscheinlichkeit des Zustandes i bezeichnet. Weil jeder andere Hinweis fehlt, werden wir im folgenden allen statistischen Gewichten den Wert 1 geben. In der alten Quantentheorie wurde bekanntlich mit gewisser Willkür einigen besonderen Zuständen den Wert $P = 0$ zuerteilt, nämlich solchen, für die $W_i^* = 0$ war.

Wird mit

$$\beta = \frac{\mu F}{KT} \qquad (3)$$

das Verhältnis der maximalen potentiellen Energie μF des Moleküls im Feld F zu der thermischen Bewegungsenergie KT bezeichnet (was immer eine sehr kleine Größe gegen eins ist, wenn nur die Temperatur ein wenig höher als der absolute Nullpunkt liegt und das Feld gewöhnliche Werte erfährt) dann kann man setzen

$$W_i^* = W_i + w_{1i}F + w_{2i}F^2$$

und daher

$$\zeta = a + a'\beta + b\beta^2$$

Die Koeffizienten der Entwicklung sind Funktionen von gewissen ganzen Zahlen: Quantenzahlen. Mit der Angabe dieser Zahlen werden die Zustände des Moleküls ganz bestimmt. Die alte und die neue Quantenmechanik liefern selbstverständlich verschiedene Werte für die genannten Koeffizienten, die Funktionen der Quantenzahlen sind.

Wenn, wie es später der Fall sein wird, $a' = 0$ ist, dann reduziert sich der Teil der Polarisation, der von den Dipolen herrührt, auf

$$M = N\mathfrak{C}\frac{\mu^2 F}{KT} \text{ mit } \mathfrak{C} = \frac{2b}{a}. \qquad (4)$$

Aus dem ersten Gliede a der Zustandssumme kann man in bekannter Weise die spezifische Rotationswärme bei konstantem Volum als Funktion der Temperatur ableiten. Das Gesetz wird nicht dasselbe sein, wie in der alten Quantentheorie, unter anderem weil kein statistisches Gewicht mehr gleich Null gesetzt wird.

Die Werte der Energie im Feld Null liefern sofort die Terme des Rotationsspektrums des Gases. Die Glieder in F im Ausdruck der Energie ermöglichen die Berechnung des Starkeffekts des Rotationsspektrums; die Anwesenheit eines linearen Gliedes in F deutet einen Starkeffekt erster Ordnung an.

Wir geben jetzt die Berechnung der Energieniveaus nach der Wellenmechanik; um mit der früheren Quantentheorie vergleichen zu können, folgen außerdem zum Vergleich die Resultate nach der alten Quantenmechanik.

3. Die Wellenmechanik geht von der folgenden Schwingungsgleichung aus (5)

$$\Delta\Psi + \frac{8\pi^2}{h^2}(W^* - U)\Psi = 0. \qquad (5)$$

Ψ ist die „Wellenfunktion", W^* die totale (konstante) Energie des Moleküls im elektrischen Felde, U seine potentielle Energie im Felde und h die Planncksche Konstante.

Wir betrachten zwei rechtwinklige Koordinatensysteme mit demselben Ursprung: $OX'Y'Z'$, das fest ist und $OXYZ$ das in die Hauptträgheitsrichtungen des Moleküls gelegt ist. (O ist der Schwerpunkt des Moleküls.) Die Hauptträgheitsmomente sind bzw. $A = B \neq C$; OZ ist also eine Achse der Symmetrie, entlang welcher das elektrische Dipolmoment μ gerichtet ist und zwar positiv in Richtung positiver Z. Durch die drei Eulerschen Winkel ϑ, φ, ψ sei die Lage des Moleküls im Raume festgelegt: ϑ ist der von o bis π gehende Winkel zwischen OZ und OZ', welche die Nutation der Molekülachse bestimmt; φ ist der von der OZZ'-Ebene mit einer beliebig festen durch OZ' gehenden Ebene gebildete Winkel, welcher, von o bis 2π berechnet, die Präzession des Moleküls um die Feldachse OZ' bestimmt; ψ ist der von o bis 2π gehende Winkel, welcher den Betrag der Rotation des Moleküls um die OZ-Achse bestimmt.

Man hat nun für die potentielle Energie

$$U = -\mu F \cos\vartheta. \qquad (6)$$

Der Laplacesche Differentialoperator Δ oder divgrad, der in (5) vorkommt, versteht sich mit Rücksicht auf die quadratische Differentialform[1]) der dq^k

$$ds^2 = \sum_{ik} g_{ik}\, dq^i\, dq^k = 2T(q^k, \dot{q}^k)\, dt^2,$$

wo T die kinetische Energie des Moleküls als Funktion der Kordinaten $q^1 = \vartheta$, $q^2 = \varphi$, $q^3 = \psi$ und der zugehörigen Geschwindigkeiten $\dot{q}^k$ bedeutet. Wie üblich, kennzeichnen die oberen Indizes kontravariante Größe, die unteren kovariante Größe.

Der Operator Δ lautet (z. B. Courant-Hilbert, Methode der math. Physik, Springer 1924, S. 194)

$$\Delta\Psi = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_i^3 \frac{\partial}{\partial q^i}\left\{\sqrt{g} \sum_k^3 g^{ik} \frac{\partial \Psi}{\partial q^k}\right\},$$

wo g die Determinante der g_{ik} und g^{ik} die durch g dividierte Unterdeterminante von g_{ik} darstellen.

In unserem Fall findet man leicht

$$ds^2 = A d\vartheta^2 + (A\sin^2\vartheta + C\cos^2\vartheta) d\varphi^2 + 2C\cos\vartheta\, d\varphi\, d\psi + C d\psi^2$$

und

$$\left.\begin{aligned}\Delta\Psi = {} & \frac{1}{A\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial\Psi}{\partial\vartheta}\right) \\ & + \frac{1}{A\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2} - \frac{2\cos\vartheta}{A\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi\,\partial\psi} \\ & + \left(\frac{1}{C} + \frac{\cot an^2\vartheta}{A}\right)\frac{\partial^2\Psi}{\partial\psi^2}.\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Die von der Wellenmechanik für die Wellenfunktion Ψ geforderten Randbedingungen sind deren Endlichkeit, Stetigkeit und Eindeutigkeit im ganzen Konfigurationsraum, die Randpunkte mitinbegriffen, d. h. im ganzen dreidimensionalen Bereich, den die Variabelen ϑ, φ, ψ überstreichen können, die Grenzpunkte $\vartheta = o$ und $\vartheta = \pi$ mitinbegriffen.

Es folgt unmittelbar, daß die Wellenfunktion Ψ in φ und ψ periodisch sein muß; wir schreiben also

$$\Psi = e^{im\varphi} \cdot e^{in\psi} \cdot y^*(\vartheta) \qquad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} m &= -\infty, \ldots -1, o, 1, 2, \ldots +\infty, \\ n &= -\infty, \ldots -1, o, 1, 2, \ldots +\infty, \end{aligned}\right\} \qquad (8')$$

wo $y^*(\vartheta)$ eine Funktion von ϑ allein sein soll.

Den „Quantenzahlen" m und n werden unabhängig voneinander alle möglichen positiven und negativen Werte, einschließlich Null, zuerteilt; wir nennen sie resp. „Präzessions-" und „Rotationsquantenzahl".

Mit den Festsetzungen

$$\left.\begin{aligned} \cos\vartheta &= x \qquad -1 \leq x \leq 1 \\ L_{m,n}[y^*] &\equiv \frac{d}{dx}(1-x^2)\frac{dy^*}{dx} \\ &\quad - \frac{m^2 - 2mnx + n^2}{1-x^2} y^* \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

$$\left.\begin{aligned} \Lambda^* &= \lambda^* + (1-\varkappa)n^2 \\ \lambda^* &= \frac{W^*}{h^2/8\pi^2 A} \qquad \varkappa = \frac{A}{C} \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$\alpha = \frac{\mu F}{h^2/8\pi^2 A} \qquad (11)$$

und mit Rücksicht auf die Gleichungen (6) und (8) verwandelt sich die partielle Differentialgleichung für Ψ in die folgende gewöhnliche Differentialgleichung für y^*:

$$L_{m,n}[y^*] + (\Lambda^* + \alpha x)\, y^* = o. \qquad (12)$$

Die Randbedingung lautet jetzt: y^* soll endlich, stetig und eindeutig sein im ganzen Gebiet $-1 \leq x \leq 1$.

Wir behandeln zuerst den Fall, wo kein elektrisches Feld vorhanden ist. Dann vereinfacht sich Gleichung (12) zu

$$L_{m,n}[y] + \Lambda y = o. \qquad (12')$$

[1]) Für die verschiedenen dq^k sind hier obere Indizes benutzt, wie es einer konsequenten Bezeichnung entspricht

Das Fehlen des Sterns bei den Größen y, A, λ, und W soll bedeuten, daß der Fall $F = 0$ betrachtet ist. Zwischen diesen Größen bestehen die den Gleichungen (10) ähnlichen Definitionsbeziehungen

$$\left.\begin{aligned} A &= \lambda + (1 - \varkappa) n^2 \\ \lambda &= \frac{W}{h^2/8\pi^2 A}. \end{aligned}\right\} \quad (10')$$

Im erlaubten Variationsbereich für die Variabel x hat Gleichung (12′) als einzige kritische Stelle die zwei Grenzpunkte $x = \pm 1$. Im allgemeinen wird y an diesen Stellen unendlich. Es ist indessen möglich ein und nur ein System von unendlich vielen diskreten „Eigenwerten", ein sogenanntes „Eigenwertspektrum", für die Konstante A aufzufinden, so daß die zugehörigen „Eigenfunktionen" y endlich, stetig und eindeutig im ganzen Gebiete $-1 \leq x \leq 1$ bleiben, die Grenzpunkte mitinbegriffen.

Um das Eigenwertspektrum zu finden, bemerken wir, daß für Werte von x, die sehr nahe an den kritischen Punkten $x = \pm 1$ liegen, Gleichung (12′) sich auf die wohlbekannte Gleichung

$$\frac{d}{dx}(1 - x^2)\frac{dy}{dx} - \frac{h^2}{1 - x^2} y + A y = 0,$$
$$h = m \pm n$$

mit dem Vorzeichen — bzw. + je nachdem x nahe gleich $+1$ bzw. -1 ist. Zu dieser Gleichung gehören als Eigenfunktionen die zugeordneten Legendreschen Funktionen h-ter Ordnung (Courant-Hilbert, S. 260), die als Produkt der Größe $(1-x)^{h/2} \cdot (1+x)^{h/2}$ mit der h ter Ableitung eines gewöhnlichen Legendreschen Polynoms darstellbar sind. Man wird also für die Gleichung (12′) Lösungen erwarten, welche die folgende Gestalt haben

$$\begin{aligned} &(1 - x)^{\alpha/2} v_1(x) && \text{für } x \to +1 \\ \text{und } &(1 + x)^{\alpha/2} v_2(x) && \text{für } x \to -1 \end{aligned}$$

wo die v Polynome sind und

$$\left.\begin{aligned} a &= |m + n| \\ b &= |m - n| \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

(die vertikalen Striche bedeuten Absolutwerte).

Daher wollen wir allgemein den Ansatz machen

$$y = (1 + x)^{\alpha/2} (1 - x)^{\beta/2} v(x) \qquad (14)$$

$v(x)$ soll hier regulär, d. h. soll endlich, stetig und eindeutig im ganzen Intervall $-1 \leq x \leq 1$ sein. Für v findet man die Gleichung

$$(1 - x^2)\frac{d^2 v}{dx^2} [(a - b) - (a + b + 2)x] \frac{dv}{dx}$$
$$- \frac{(a + b + 2)(a + b)}{4} v + A v = 0$$

welche, mit Hilfe der Substitution

$$t = \frac{1 - x}{2}$$

in eine hypergeometrische Differentialgleichung übergeht

$$t(1 - t)\frac{d^2 v}{dt^2} + [(b + 1) - (a + b + 2)t]\frac{dv}{dt}$$
$$+ \left[A - \frac{(a + b + 2)(a + b)}{4}\right] v = 0.$$

Die Variabele t bewegt sich zwischen 0 und 1, die Grenzen des Intervalls sind kritische Stellen der Gleichung.

Es ist aber wohl bekannt, daß die allgemeine hypergeometrische Differentialgleichung

$$t(1 - t)\frac{d^2 v}{dt^2}$$
$$+ \left[\gamma - (\alpha + \beta + 1)t\right]\frac{dv}{dt} - \alpha\beta v = 0$$

im Bereiche $0 < t < 1$, eine und nur eine Reihe von unendlich vielen diskreten Eigenfunktionen besitzt, die man für ganze negative Werte des Parameters $\beta = -l$ erhält. Die Eigenfunktionen sind die Jakobischen Polynome von Grad l (Courant-Hilbert, S. 75, Gleichung 55′)

$$\left.\begin{aligned} G_l(p, q, t) &= \frac{(q - 1)!}{(q - 1 + l)!} \\ &\cdot \frac{d^l}{dt^l}\left[t^{q-1+l}(1 - t)^{p-q+l}\right] \\ &\cdot t^{q-l}(1 - t)^{p-q} \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

$$l = 0, 1, 2, 3, +\infty \qquad (15')$$

Wir nennen die positive Zahl l die „Nutationsquantenzahl", weil sie der Koordinate ϑ entspricht. Die G-Polynome genügen der folgenden hypergeometrischen Differentialgleichung (Courant-Hilbert Gleichung 54′)

$$t(1 - t)\, G''_l(t) + [q - (p + 1)t] \cdot G'_l(t)$$
$$+ [(p + l)l] G_l(t) = 0,$$

wobei die Werte von l durch (15′) gegeben sind, während $p = \alpha - l$ und $q = \gamma$ beliebig sein können. Indem wir die zwei Differentialgleichungen für $v(t)$ und $G(t)$ identifizieren und bemerken, daß $\frac{a+b}{2}$ gleich ist derjenigen der beiden positiven Zahlen $|m|$ oder $|n|$, die den größten Wert hat (was wir $\frac{a+b}{2} = \left|\frac{m}{n}\right|$ schreiben wollen), so bekommen wir drei Gleichungen die A, a und b einerseits mit l, p und q andrer-

seits verknüpfen:

$$\left.\begin{aligned} a &= p - q \\ b &= q - 1 \\ A_{l,m,n} &= \left(l + \left|\frac{m}{n}\right|\right)\left(l + \left|\frac{m}{n}\right| + 1\right) \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

wo die Indizes an die Abhängigkeit von den drei Quantenzahlen l, m und n erinnern. Definiert man eine „Hauptquantenzahl" j durch den Ansatz

$$\left.\begin{aligned} j &= l + \left|\frac{m}{n}\right|, \quad j = 0, 1, 2, 3 \ldots \infty, \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

so findet man endlich das Eigenwertspektrum der Gleichung (12′) in der Form

$$A_{l,m,n} = j(j+1). \quad (18)$$

Da in der Umgebung der kritischen Stellen -1 und $+1$ sich Gleichung (12′) auf die bekannte Gleichung der zugeordneten Legendreschen Funktionen reduziert, deren Eigenfunktionen alle bekannt sind, darf man schließen, daß das Eigenwertspektrum (18) vollständig ist.

Der Ausdruck für die Energieniveaus W des Moleküls folgt aus der Definition (10′) von A:

$$\left.\begin{aligned} W_{j,n} &= \frac{h^2}{8\pi^2}\left[\frac{j(j+1)}{A} + \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A}\right)n^2\right] \\ j &= 0, 1, 2, 3 \ldots \infty \\ n &= -\infty \ldots -1, 0, 1, 2 \ldots \infty \quad n \leq j \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Durch Division mit h erhält man die Terme des Rotationsspektrums eines starren Moleküls mit den zwei gleichen Hauptträgheitsmomenten A und dem dritten C.

Der einzige Unterschied mit den klassischen Ausdrücken von Schwarzschild und Epstein (6) besteht darin, daß j^2 hier durch $j(j+1)$ ersetzt wird (Gleichung 36 unten), was identisch ist mit der Einführung von halben Quantenzahlen. Diese haben sich als unentbehrlich erwiesen bei der Darstellung der experimentellen Ergebnisse bei zweiatomigen Dipolgasen von Czerny (7).

Die Beziehung, welche schon von Dennison (8) nach der Heisenbergschen Mechanik gewonnen wurde, unterscheidet sich von unserem Ausdruck (19) nur durch eine additive Konstante[1]). Diese Konstante spielt keine Rolle in den Rotationsspektren, wohl aber in den optischen Spektren, weil in diesem Falle die Trägheitsmomente des Moleküls kleine Verschiedenheiten in den verschieden erregten Zuständen aufweisen. In diesem letzteren Falle ist die bisherige Theorie ungültig. (Schrödinger, loc. cit. S. 521). Mit Herrn Dennison denken wir, daß obwohl die Konstante im W-Ausdruck als wesentlich vom Standpunkt der Matrizenrechnung erscheint, man ihr dennoch wenig oder gar keine physikalische Bedeutung zuschreiben darf, da sie als Resultat einer Rechnung herauskommt, in welcher das Molekül als starr betrachtet wurde. Es könnte sein, daß die Beseitigung der inneren Freiheitsgrade des Moleküls das Auftreten jener Konstante verursacht.

Das Eigenfunktionsspektrum findet man, indem man zuerst $y_{l,m,n}$ berechnet, dadurch daß man in (14) $v(x)$ durch den Ausdruck (15) der Jakobischen Polynome ersetzt, die unabhängige Variabele x statt der Variabelen t benutzt und für p und q ihre Werte (16) einsetzt. Hierdurch erhält man

$$y_{l,m,n} = \frac{(-1)^l}{2^l}\frac{b!}{(b+l)!}(1+x)^{-a/2}(1-x)^{-b/2}\frac{d^l}{dx^l}\left[(1+x)^{a+l}(1-x)^{b+l}\right], \quad (20)$$

wobei a und b als Funktion von m und n durch (13) ausgedrückt sind. Setzt man nun den gefundenen Ausdruck für $y_{l,m,n}$ in (8) ein, so erhält man endlich das Eigenfunktionsspektrum $\Psi_{l,m,n}$ der Wellengleichung.

Die Entartung ist dadurch gekennzeichnet, daß für eine gegebene Wahl der Haupt- und Rotationsquantenzahlen j und n, ein bestimmter Wert der Energie folgt, während zugleich noch $2j+1$ verschiedene Werte $m \leq j$ der Präzessionsquantenzahl m und demnach $(2j+1)$ verschiedene Eigenfunktionen $y_{l,m,n}$ möglich sind. Wie wir sofort sehen werden, verschwindet die Entartung wenn der Einfluß des äußeren elektrischen Feldes berücksichtigt wird.

5. Ist das Feld nicht null, so muß man von der Gleichung (12) ausgehen. Diese unterscheidet sich von der gelösten Gleichung (12′) nur durch das Vorhandensein des Störungsgliedes $\alpha x y^* = \mu F (8\pi^2 A/h^2) x y^*$. Man bestätigt leicht, daß in allen gewöhnlichen Fällen α sehr klein gegen eins ist. Man kann also die Eigenwerte und Eigenfunktionen der Gleichung (12) aus denjenigen der Gleichung (12′) nach dem wohlbekannten Verfahren der Störungsrechnung gewinnen, nur muß das Hauptglied $A^* y$ selbst nicht von der Größenordnung des Störungsgliedes sein. Dieser Fall tritt nur ein wenn A^* für $F = 0$ verschwindet, also wenn $A = 0$ ist, d. h. wenn die Hauptquantenzahl $j = 0$ ist. Wir schließen momentan diesen besonderen Fall aus und setzen

$$A^*_{l,m,n} = A_{l,m,n} + \alpha A'_{l,m,n} + \alpha^2 A''_{l,m,n} + \cdots \quad (j \neq 0), \quad (21)$$

1) Außerdem sind noch halbe Quantenzahlen möglich.

d. h. der Eigenwert der gestörten Gleichung (12) ist gleich dem Eigenwert $A_{l,m,n}$ der ungestörten Gleichung (12′) plus Korrektionsglieder proportional den steigenden Potenzen des kleinen Störungsparameters a. Die Indizes erinnern an die Abhängigkeit der A von den Quantenzahlen l, m, n. Da in der Gleichung die letzten beiden Quantenzahlen m und n konstant bleiben, wollen wir sie in den folgenden Formeln nicht mehr schreiben.

Wir gehen hier nicht auf die Zwischenrechnungen ein; man findet die Störungstheorie in den Arbeiten von Schrödinger und Fues(9). Aus den Fuesschen Gleichungen (46) nnd (49), worin M gleich unser x und N gleich Null gesetzt werden müssen, mit der weiteren Bemerkung, daß unsere Eigenfunktionen y nicht normiert sind bekommen wir

$$\left.\begin{aligned} A_l' &= -\frac{J_{l,l}}{I_l} \\ A_l'' &= \sum_{k=1}^{\infty}{}' \frac{1}{A_l - A_k}\frac{J_{l,k}}{I_l}\frac{J_{l,k}}{I_k} \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

mit

$$\left.\begin{aligned} J_{l,l} &= \int_{-1}^{+1} x\,[y_l]^2\,dx \qquad J_{l,k} = \int_{-1}^{+1} x\,y_l\,y_k\,dx \\ \text{und mit dem Normierungsintegral} \quad & \\ I_l &= \int_{-1}^{+1} [y_l]^2\,dx. \end{aligned}\right\} \quad (22')$$

Der Strich am Summenzeichen bedeutet, daß in der Summe das Glied für $l = k$ auszulassen ist.

Die Integrale $J_{l,k}$ sind null für alle Werte des Indexes k, die von $l-1, l, l+1$ verschieden sind (Zusatz I, Gl. *a*).

$$A''_l = \frac{1}{A_l - A_{l-1}}\cdot\frac{J_{l,l-1}}{I_l}\cdot\frac{J_{l,l-1}}{I_{l-1}} + \frac{1}{A_l - A_{l+1}}\cdot\frac{J_{l,l+1}}{I_l}\cdot\frac{J_{l,l+1}}{I_{l+1}}.$$

Setzt man für die A ihre in (17) und (18) gegebenen Werte, d. h.

$$\frac{1}{A_l - A_{l-1}} = \frac{1}{2j} \qquad \frac{1}{A_l - A_{l+1}} = \frac{-1}{2(j+1)}$$

und für die Integrale I und J ihre im Zusatz I, Gl. (b) und (e), berechneten Werte ein, so erhält man, mit Rücksicht auf die Relationen (13)

$$\left.\begin{aligned} A'_{j,m,n} &= -\frac{mn}{j(j+1)} \\ A''_{j,m,n} &= 4\,(\Phi_{j,m,n} - \Phi_{j+1,m,n}) \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

wo

$$\Phi_{j,m,n} = \frac{(j^2-m^2)(j^2-n^2)}{(2j-1)(2j)^3(2j+1)} \quad (23')$$

und $\Phi_{j+1,m,n}$ sich aus $\Phi_{j,m,n}$ ergibt, indem man j durch $j+1$ ersetzt, die m und n aber konstant hält. Da die Quantenzahl l nicht explizit in diesen Formeln auftritt, wohl aber die Hauptquantenzahl j, so benutzen wir fortan statt l den Index j.

Die Substitution der Ausdrücke (23) in (21), mit Berücksichtigung des Wertes (11) von a liefert das „gestörte Eigenwertspektrum" bis auf Größen in a^2 einschließlich genau nach der Formel:

$$\left.\begin{aligned} A^*_{j,m,n} &= j(j+1) - a\frac{mn}{j(j+1)} \\ &\quad + a^2 4\,(\Phi_{j,m,n} - \Phi_{j+1,m,n}). \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Die zugehörigen „gestörten" Eigenfunktionen brauchen wir nicht zu kennen, falls wir auf die Berechnung der Intensitäten im Starkeffekt des Rotationsspektrums verzichten.

Werden die Beziehungen (10) und (11) in (24) eingetragen, so wird der Ausdruck[1]) für die gestörten Energieniveaus $W^*_{j,m,n}$

$$\left.\begin{aligned} W^*_{j,m,n} &= W_{j,n} - \mu F\frac{mn}{j(j+1)} + \\ &\quad + \frac{(\mu F)^2}{h^2/8\pi^2 A}\cdot 4(\Phi_{j,m,n} - \Phi_{j+1,m,n}) \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

mit

$$\begin{aligned} &j = 1, 2, 3 \ldots \infty, \\ &m = -\infty \cdots -1, 0, 1, 2 \ldots \infty, \quad |m| \leq j, \\ &n = -\infty \cdots -1, 0, 1, 2 \ldots \infty, \quad |n| \leq j. \end{aligned}$$

Durch Dividieren mit h, erhält man die Termwerte im Starkeffekt des Rotationsspektrums des starren Moleküls mit zwei gleichen Hauptträgheitsmomenten. Merkwürdig ist, daß die Termaufspaltung, sowohl im Falle des Starkeffekts zweiter Ordnung wie im Falle des Effekts erster Ordnung, unabhängig von der Größe des dritten Hauptträgheitmoments C ist. Man darf aber erwarten, daß wenn C bis Null abnimmt, die Intensitäten des Effekts erster Ordnung auch nach Null streben, da in der Grenze $C = 0$, d. h. wenn das Molekül ein zweiatomiges wird, kein Effekt erster Ordnung mehr vorhanden ist (loc. cit. Gl. 17). Die Formel für das zweiatomige Molekül erhält man auch als besonderen Fall der obigen, indem die Rotationsquantenzahl n einfach gleich Null gesetzt wird.

Der bis jetzt ausgeschlossene Fall $j = 0$ bleibt noch zu berücksichtigen. Nach Gleichung (19) bedeutet $j = 0$, daß, wenn kein elektrisches Feld vorhanden ist, das Molekül keine Rotationsenergie besitzt, sich also nicht dreht. Dann reduziert sich Gleichung (12) auf

$$\frac{d}{dx}(1-x^2)\frac{dy^*}{dx} + (A^*_{0,0,0} + ax)y^* = 0. \quad (26)$$

1) Bei F. Reiche fehlt das dritte Glied, welches F^2 proportional ist.

Der Eigenwert $A^*_{0,0,0}$ ist als Funktion von α zu bestimmen; er ist null für $\alpha = 0$ (Gl. 18). Die Aufgabe ist genau dieselbe wie die, welche in Zusatz II, loc. cit. gelöst wurde. Man bekommt

$$A^*_{0,0,0} = -\frac{\alpha^2}{6} = -\frac{1}{6}\left(\frac{\mu F}{h^2/8\pi^2 A}\right)^2, \quad (27)$$

daher

$$\left.\begin{aligned} W^*_{0,0,0} &= -\frac{1}{6}\cdot\frac{(\mu F)^2}{h^2/8\pi^2 A} \\ (j = m = n &= 0) \end{aligned}\right\} \quad (27')$$

Dies ist die Störung des rotationslosen Grundzustands des Moleküls. Bei gewöhnlichen Temperaturen gibt es nach dem Boltzmannschen Prinzip nur äußerst wenig Moleküle in diesem Zustand.

Um die Größenordnung des Starkeffektes zu schätzen, betrachten wir ein Molekül mit drei gleichen Hauptträgheitsmomenten $A = C = 3 \cdot 10^{-40}$ und einem elektrischen Moment $\mu = 10^{-18}$ (C.G.S.-Einh.), das unter dem Einflusse eines elektrischen Feldes von 50000 Volt/cm steht. Wir nehmen an, daß es im optischen Emissionspektrum des rotationslosen Moleküls eine Linie von der Wellenlänge 5000 Å gibt; ihr entspricht eine Termdifferenz von $3{,}9 \cdot 10^{-12}$ erg.

Befindet sich das Molekül vor der Emission im Zustand j und nach der Emission im Zustand $j - 1$ bzw. $j + 1$, so muß man zu der obigen Termdifferenz einen Energiezusatz von der Größe $h^2 j/4\pi^2 A$ bzw. $-h^2(j+1)/4\pi^2 A$ addieren (Gl. 19), wobei $h^2/4\pi^2 A = 3{,}6 \cdot 10^{-15}$ erg ist. Statt der einfachen Spektrallinie 5000 Å erhält man also eine Doppelbande, deren gleichmäßiger Linienabstand 4,6 Å beträgt.

Ist nun ein elektrisches Feld vorhanden, so spaltet sich noch jede Bandenlinie in eine Reihe von „Feinstrukturkomponenten" auf. Wenn z. B. das Molekül während der Emission vom Zustand $j = m = n = 1$ in den Zustand $j = m = n = 0$ übergeht, und die Feldintensität 50000 Volt/cm beträgt, dann findet man (Gl. 25 und 27') einen Energiezusatz von der Größe $0{,}83 \cdot 10^{-16}$ erg und eine Linienaufspaltung von 0,11 Å. In dieser Rechnung wurde der quadratische Starkeffekt vernachlässigt, da er hier die Resultate nur um ein paar Prozente beeinflussen würde.

Der Wert des Aufspaltungsterms $-\mu F \frac{mn}{j(j+1)}$ im linearen Starkeffekt ist unabhängig von der betrachteten Spektrallinie (hier 5000 Å) und ist auch derselbe für alle symmetrischen Moleküle, da die Trägheitsmomente in den Ausdruck nicht eintreten. Die Messung des linearen Starkeffekts liefert daher unmittelbar den Wert des elektrischen Momentes μ des Moleküls.

6. Es bleibt nur noch übrig, die Zustandssumme zu berechnen. Wir setzen

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \frac{h^2}{8\pi^2 AKT} = \frac{\Theta}{T}, \\ \tau &= \frac{h^2}{8\pi^2 \cdot KT}\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A}\right) = (\varkappa - 1)\sigma \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Hier ist Θ die Temperatur, die für die spezifische Rotationswärme charakteristisch ist; ihr Betrag für polyatomige Moleküle ist höchstens 10 bis 20, wie man leicht nachrechnet. Also ist σ selbst bei tiefen Temperaturen sehr klein gegen eins. Im Gegenteil, kann τ bis ins positive Unendliche wachsen, wenn C nach Null strebt; der Grenzfall ist, wie schon bemerkt, der Fall des zweiatomigen Moleküls. τ kann auch negativ werden, aber bleibt immer größer als $-\sigma/2$, da zwischen den Hauptträgheitsmomenten die allgemeine Beziehung besteht $C < 2A$. Den Grenzfall $C = 2A$ schließen wir aus, weil er einem polyatomigen Molekül entspricht, dessen Kerne in einer Ebene liegen, was uns mit der Hypothese eines starren Moleküls unvereinbar erscheint.

Man erhält so aus (3), (19), (25) und (25'), indem man die Exponentialfunktionen nach Potenzen der kleinen Größe β entwickelt,

$$\left.\begin{aligned} e^{-\frac{W^*_{j,m,n}}{KT}} &= e^{-\sigma j(j+1)-\tau n^2}\left\{1 + \beta\frac{mn}{j(j+1)} + \frac{\beta^2}{2}\left[\left(\frac{mn}{j(j+1)}\right)^2 + \frac{8}{\sigma}(\Phi_{j+1,m,n} - \Phi_{j,m,n})\right]\right\} \quad (j \neq 0) \\ e^{-\frac{W^*_{0,0,0}}{KT}} &= 1 + \frac{\beta^2}{2}\cdot\frac{1}{3\sigma} \qquad (j = 0) \end{aligned}\right\} \quad (28')$$

Man setzt diese Werte im Definitionsausdruck (2) der Zustandssumme ζ ein; nach einigen Rechnungen (Zusatz II), ergibt sich für ζ als Funktion von σ und τ der Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} \zeta(\sigma,\tau) = a + \beta^2 b = \sqrt{\frac{\pi}{\sigma+\tau}}\left[\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}\cdot\frac{\sigma}{\sigma+\tau} + \cdots\sigma\cdots\right] + \\ + \frac{\beta^2}{2}\cdot\frac{1}{3\sigma}\sqrt{\frac{\pi}{\sigma+\tau}}\left[1 - \frac{\sigma}{12}\cdot\frac{\sigma}{\sigma+\tau}\cdots\sigma^2\right] \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

und daher, nach (4) und (29), für die „Konstante“ $\mathfrak{C}$ der Polarisation

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{C}(\sigma,\varkappa) = \frac{2b}{a} = \frac{1}{3}\,\frac{1-\frac{\sigma}{12}\cdot\frac{1}{\varkappa}\cdots}{1+\frac{\sigma}{3}-\frac{\sigma}{12}\cdot\frac{1}{\varkappa}\cdots} = \\ = \frac{1}{3}\left(1-\frac{\sigma}{3}\cdots\sigma^2\cdots\right)\cdot\sigma<<1 \\ \varkappa = A/C \text{ beliebig groß.}\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Man gelangt also nach der Wellenmechanik zu genau demselben Resultat wie nach der Matrizenmechanik (2'): die Dielektrizitätskonstante eines idealen polyatomigen Gases, dessen Moleküle zwei gleiche Hauptträgheitsmomente besitzen, strebt den von der klassischen Theorie von Langevin-Debye für hohe Temperaturen angegebenen Wert zu.

Wie die Entwicklung (30) zeigt, ist $\mathfrak{C}$, bis auf Größen der Ordnung σ^2, unabhängig von $\varkappa$, d. h. von dem dritten Hauptträgheitsmoment C[1]. Die Abweichung von dem klassischen Temperaturgesetz beträgt kaum einige Prozente bei gewöhnlichen Temperaturen.

Betrachten wir als Beispiel das NH_3-Molekül, das ein verhältnismäßig kleines Trägheitsmoment A, ungefähr $2{,}7\cdot 10^{-40}$ (10), besitzt: man findet für Θ den Wert 12 Kelvin und also für σ bei $T = 300$ Kelvin den Wert 0,04, was kaum mehr als 1 Proz. in $\mathfrak{C}$ ausmacht. Mit schwereren Molekülen wäre die Abweichung noch viel kleiner.

7. Obwohl die Quantisierung des symmetrischen Kreisels in einem äußeren elektrischen Feld nach der alten Quantenmechanik viel von ihrem Interesse verloren hat, wollen wir sie hier doch kurz behandeln, weil, soweit uns bekannt ist, die Rechnung bis zum zweiten Grade der Näherung früher noch nicht durchgeführt worden ist. Reiche (11) hatte schon lange die erste Näherung zwecks der Berechnung der Rotationswärmen gewonnen.

Aus dem oben gegebenen Ausdruck für ds^2 bekommt man sofort die kinetische Energie T

$$T = \frac{p_\vartheta^2}{2A} + \frac{(p_\varphi - p_\psi\cos\vartheta)^2}{2A\sin^2\vartheta} + \frac{p_\psi^2}{2C}$$

als Funktion der den korrespondierenden Koordinaten konjugierten Impulsen p. Dann lautet die Hamilton-Jacobi partielle Differentialgleichung für die Wirkungsfunktion S

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2A}\left(\frac{\partial S}{\partial\vartheta}\right)^2 + \frac{1}{2A\sin^2\vartheta}\left(\frac{\partial S}{\partial\varphi} - \frac{\partial S}{\partial\psi}\cos\vartheta\right)^2 + \\ + \frac{1}{2C}\left(\frac{\partial S}{\partial\psi}\right)^2 - \mu F\cos\vartheta = W^*\end{aligned}\right\} \quad (31)$$

mit denselben Bezeichnungen wie früher. Zu dieser Gleichung kommen noch die alten „Quantenbedingungen“ hinzu

$$\left.\begin{aligned}\int p_\vartheta\, d\vartheta = \int \frac{\partial S}{\partial\vartheta}\, d\vartheta = lh \\ \int p_\varphi\, d\varphi = \int \frac{\partial S}{\partial\varphi}\, d\varphi = mh \\ \int p_\psi\, d\psi = \int \frac{\partial S}{\partial\psi}\, d\psi = nh\end{aligned}\right\} \quad (32)$$

wo l, m, n ganze, unabhängige Zahlen sind. Wir nennen sie wie oben resp. „Nutations-“, „Präzessions-“ und „Rotationsquantenzahlen“.

Die Integrationen beziehen sich auf das ganze hin und her durchlaufene Variationsgebiet der Variabelen ϑ, φ, ψ. Da die zwei letzten Variabelen nicht explizit in die Hamiltonsche Gleichung eingehen (zyklische Variabele) sind die zugehörige Impulse p_φ und p_ψ Konstanten die durch (32) bestimmt sind

$$\left.\begin{aligned}p_\varphi = \frac{h}{2\pi}m, \\ m = -\infty\cdots -1, 0, 1, 2\cdots\infty \\ p_\psi = \frac{h}{2\pi}n, \\ n = -\infty\cdots -1, 0, 1, 2\cdots\infty\end{aligned}\right\} \quad (33)$$

Die zwei Quantenzahlen m und n nehmen auch negative Werte an, weil die Winkel φ und ψ in zwei entgegengesetzten Sinnen durchgelaufen werden können. Die Gleichungen (33) bedeuten, daß die Projektionen des Gesamtdralles auf die feste Richtung des elektrischen Feldes und auf die bewegliche Symmetrieachse des Kreisels immer konstant bleiben und, daß sie, in $h/2\pi$ Einheiten gemessen, ganzen Zahlen (einschließlich 0) gleich sind.

Im Hinblick auf dieses Resultat, vereinfacht sich die Hamiltonsche Gleichung zu einer gewöhnlichen Differentialgleichung, die selbst unter Berücksichtigung der ersten Quantenbedingung (32) durch eine Quadratur gelöst wird:

$$\left.\begin{aligned}lh = \oint p_\vartheta\, d\vartheta = \int [K(1-x^2) - (p_\varphi - p_\psi\cdot x)^2 + 2A\mu F(1-x^2)x]^{\frac{1}{2}}\,\frac{dx}{1-x^2} \\ \text{wo} \qquad K = 2AW^* - p_\psi^2\cdot\frac{A}{C} \quad \text{und} \quad \cos\vartheta = x\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

[1] Formel (30) gilt noch für $\varkappa = \infty$, d. h. wenn das Molekül ein zweiatomiges ist, loc. cit.

gesetzt wird. Das Integral ist eine wesentliche positive Größe, da p_ϑ positiv zu denken ist, wenn ϑ wächst. Also nimmt die Quantenzahl l die Werte an

$$l = 0, 1, 2 \ldots \infty. \tag{35}$$

Eine mechanische Bewegung, die hier eine sogenannte „Librationsbewegung" sein wird, ist überhaupt nur möglich, wenn das Polynom unter dem Radikand zwei getrennte oder zusammenfallende Nullstellen hat, die zwischen $+1$ und -1 liegen oder auch diese Grenzwerte selbst annehmen.

Wir nehmen erst an, daß, wenn das elektrische Feld F Null ist, eine mechanische Bewegung existiere. Das Integral in (34) reduziert sich auf

$$J_0 = \oint [K(1-x^2) + (p_\varphi - p_\psi x)^2]^{1/2} \frac{dx}{1-x^2} =$$

$$= -\pi |p_\varphi - p_\psi| - \pi |p_\varphi + p_\psi| + 2\pi \sqrt{K + p_\psi^2}$$

indem man es nach der bekannten Methode[1]) der Integration im Komplexen berechnet. Wenn J_0 gleich lh gesetzt und K durch seinen Wert (34) ersetzt wird, erhält man den klassischen Ausdruck (36) für die Energie (vgl. 19 oben)

$$W_{j,n} = \frac{h^2}{8\pi^2}\left[\frac{j^2}{A} + \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A}\right) n^2\right] \tag{36}$$

wo

$$j = \begin{vmatrix} m \\ n \end{vmatrix} + l \qquad \begin{matrix} j = 0, 1, 2, 3 \ldots \infty \\ n = -\infty \cdots 1, 0, 1, 2 \cdots \infty \\ j \geq |n| \end{matrix}$$

j ist die „Hauptquantenzahl"; sie mißt in $h/2\pi$-Einheiten den Gesamtdrall des Kreisels.

Die Bedingung für die Realität der Wurzeln

$$(p_\varphi p_\psi)^2 + (K - p_\varphi^2)(K + p_\psi^2) =$$

$$= \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 (j^2 - m^2)(j^2 - n^2) \geq 0$$

ist immer erfüllt, wenn den Quantenzahlen zulässige Werte gegeben werden, und man sieht, daß reelle Wurzeln nicht außerhalb des Intervalls $x = 1$, -1 vorkommen können. Das Resultat gilt noch in den besonderen Fällen, wo eine der Wurzeln des Radikandenpolynoms gleich $+1$ oder -1 ist, d. h. wenn $|m| = |n|$ und auch wenn beide Wurzeln resp. $+1$ und -1 sind, d. h. wenn $m = n = 0$. Eine Doppelwurzel tritt auf, wenn entweder $|m|$ oder $|n|$ gleich j ist; dann macht die Symmetrieachse des Kreisels einen konstanten Winkel mit der festen Feldachse.

Im allgemeinen Fall ist die Bewegung der Kreiselachse eine reguläre Präzession um die fest im Raum gerichtete Drallrichtung, der cos des eingeschlossenen Winkels ist gleich n/j. Dazu kommen noch wegen der Quantenbedingungen (32) diskrete Einstellungen des Dralles gegen die feste Feldachse, obwohl bis jetzt die Feldintensität F Null war; der cos des eingeschlossenen Winkels ist gleich m/j. Wird nun F von Null verschieden, so erfährt der Drall selbst eine Präzession um die feste Feldachse, mit einer Winkelgeschwindigkeit, die der Feldintensität proportional ist.

Den Fall $F = 0$, wo aber die Energie μF klein ist gegen die kinetische Energie des Kreisels, kann man nach der Störungstheorie behandeln. Man kann auch, wie wir es hier tun wollen, das Integral (34) nach Potenzen des sehr kleinen Korrektionsgliedes $2A\mu F \ll K$ entwickeln (Sommerfeld, Atombau, Zusatz VI, 4. Auflage); die Energie des Kreisels $W_{j,n}$ im Feld Null, braucht nur von Null verschieden zu sein ($j = 0$), das heißt der Kreisel darf nicht in Ruhe sein, wenn $F = 0$. Dieser Fall war von der alten Quantentheorie ausgeschlossen.

Das Integral entwickelt sich zu

$$lh = J_0 + A\mu F \cdot J_1 - \frac{(A\mu F)^2}{2} \cdot J_2 \ldots$$

$$J_1 = \oint \frac{x\,dx}{[K(1-x^2) - (p_\varphi - p_\psi x)^2]^{1/2}} = \frac{2\pi p_\varphi p_\psi}{[K + p_\psi^2]^{3/2}} \tag{37}$$

$$J_2 = \oint \frac{(1-x)^2 x^2 dx}{[K(1-x^2) - (p_\varphi - p_\psi x)^2]^{3/2}} = \frac{2\pi}{[K + p_\psi]^{1/2}}\left[-1 + \frac{3}{2}\cdot\frac{K - p_\varphi^2}{K + p_\psi^2} + \frac{15}{2}\cdot\frac{p_\varphi^2 \cdot p_\psi^2}{[K + p_\psi]^2}\right]$$

Die Integrationswege im Komplexen umschließen nur die Wurzeln des zweiten Grades Radikandpolynomes. So erhält man eine implizite Gleichung für W^*, deren Lösung, bis auf Glieder in F^2 einschließlich genau sich ergibt zu

$$W^*_{j,m,n} = W_{j,n} - \mu F \cdot \frac{mn}{j^2} + \frac{(\mu F)^2}{h^2 8\pi^2 A} \cdot \frac{1}{8j^2}\left[1 - 3\,\frac{m^2 + n^2}{j^2} + 5\left(\frac{mn}{j^2}\right)^2\right] \tag{38}$$

mit denselben Werten der Quantenzahlen j, m, n wie in Gleichung (25). Die zwei ersten Terme der Energie sind dieselben wie in dem nach der

[1]) A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien. Zusatz VI, 4. Auflage.

Wellenmechanik gewonnenen Ausdruck (25), nur, daß hier j^2 an die Stelle von $j(j+1)$ tritt. Den letzten Term, den man auch

$$-\frac{(\mu F)^2}{h^2/8\pi^2 A}\cdot 4\,\frac{\partial}{\partial j}\frac{1}{2j}\left(\frac{j^2-m^2}{(2j)^2}\right)\left(\frac{j^2-n^2}{(2j)^2}\right) = -\frac{(\mu F^2)}{h^2/8\pi^2 A}\cdot 4\,\frac{\partial \varphi_{j,m,n}}{\partial j}$$

schreiben kann, erhält man als limes des letzten Termes in Gleichung (25) für große j-Werte; dann verwandelt sich die endliche Differenz $\Phi_{j+1,m,n}-\Phi_{j,m,n}$ in dem Differentialquotient $\frac{\partial \Phi_{j,m,n}}{\partial j}$ und $\Phi_{l,m,n}$ wird gleich $\varphi_{j,m,n}$. Dieselbe Bemerkung gilt auch für die beiden ersten Terme. Es ist wohl bekannt, daß die alte Quantenmechanik als Grenzfall der Wellenmechanik zu betrachten ist (12).

Man bestätigt leicht, daß die „Konstante" $\mathfrak{C}$ (Gl. 4) dem klassischen Wert $^1/_3$ für hohe Temperaturen zustrebt. Das Gesetz für die Temperaturfunktion ist aber nicht so einfach wie in Gleichung (31), da $\sqrt{\sigma}$ und $\sqrt{\sigma}\log\sigma$ hinzutreten, was schon bei gewöhnlichen Temperaturen eine beträchtliche Abweichung vom Wert ein $^1/_3$ verursacht. Man sieht so, daß die Resultate der Wellenmechanik sich enger an die Ergebnisse der klassischen Theorie anschließen als an die der alten Quantentheorie.

Herrn Prof. Dr. Debye muß ich für manche Ratschläge und sein dauerndes Interesse danken; auch der „Fondation Universitaire de Belgique" sei gedankt für die Gelegenheit, die sie mir verschaffte, in Zürich zu arbeiten.

Zusatz I.

Aus der Sturm-Liouvilleschen Differentialgleichung (12'), beweist man sofort in bekannter Weise (Courant-Hilbert S. 239) die Orthogonalitätseigenschaften der Eigenfunktionen $y_{l,m,n}(x)$. (Die Indizes m und n werden in der Folge weggelassen, da sie konstant bleiben.)

$$I_{l,k}=\int_{-1}^{+1} y_l\cdot y_k\cdot dx = \begin{matrix}0 & l\neq k\\ \neq 0 & l=k\end{matrix} \qquad (a)$$

Wir wollen jetzt das Normierungsintegral I_l berechnen. (Der zweite Index wird nicht mehr geschrieben.) Mit dem schon benutzten Variabelwechsel $t=(1-x)/2$ und mit Rücksicht auf die Definition (15) der Jacobischen Polynome $G_l(t)$, kann man den Ausdruck (20) für die Eigenfunktionen $y_l(t)$ so schreiben

$$y_l(t)=2^{\frac{(a+b)}{2}}\cdot(T_0)^{\frac{1}{2}}\cdot G_l(t) = 2^{\frac{(a+b)}{2}}\,\frac{b!}{(b+l)!}\cdot\frac{T_l}{(T_0)^{\frac{1}{2}}},$$

wo die folgenden Abkürzungen benutzt worden sind

$$T_0=(1-t)^a t^b \qquad T_l=(1-t)^{a+l}\,t^{b+l}$$

$$T_l^k=\frac{d^k}{dt^k}T_l \qquad G_l=\frac{b!}{(b+l)!}\,\frac{T_l^l}{T_0}.$$

So wird das Normierungsintegral

$$I_l=\int_{-1}^{+1}[y_l]^2\,dx=2\int_0^1[y_l]^2\,dt = 2^{a+b+1}\,\frac{b!}{(b+l)!}\int_0^1 G_l\cdot T_l^l\cdot dt.$$

Durch wiederholte partielle Integrationen verwandelt sich das letzte Integral in das folgende

$$(-1)^l\int_0^1 G_l^l\cdot T_l\,dt,$$

wo $G_l^l=\frac{d^l G_l}{dt^l}$ eine Konstante ist, die man sofort aus der Definition (15) der Jacobischen Polynome berechnet zu

$$G_l^l=(-1)^l\cdot l!\,\frac{b!\,(a+b+2l)!}{(b+l)!\,(a+b+l)!}$$

Für das Integral ergibt sich

$$\int_0^1 T_l\,dt=\frac{(a+l)!\,(b+l)!}{(a+b+2l+1)!}$$

Endlich findet man für das Normierungsintegral I_l den Wert

$$I_l=2^{a+b+1}\cdot\frac{(a+l)!\,(b!)^2\,l!}{(b+l)!\,(a+b+l)!\,(a+b+2l+1)!} \qquad (b)$$

Um die weiteren Beziehungen zu beweisen:

$$J_{l,k}=\int_{-1}^{+1} x\,y_l\cdot y_k\cdot dx = \begin{matrix}0 & k\neq l-1,l,l+1\\ \neq 0 & k=l-1,l,l+1\end{matrix} \qquad (c)$$

könnte man dasselbe Verfahren der partiellen Integration anwenden. Man kommt aber schneller zum Ziel, indem man die folgende Rekurrenzformel berücksichtigt

$$x\,y_l=2\,\frac{(a+b+l+1)(b+l+1)}{(a+b+2l+1)(a+b+2l+2)}\cdot y_{l+1}+\frac{a^2-b^2}{(a+b+2l)(a+b+2l+2)}\cdot y_l + 2\,\frac{l(a+l)}{(a+b+2l)(a+b+2l+1)}\cdot y_{l-1} \qquad (d)$$

Diese Formel findet man, wenn man setzt

$$x y_l \equiv A y_{l+1} + B y_l + C y_{l-1}$$

und die Konstanten nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten bestimmt. Am besten werden jetzt die Jacobischen Polynome, die in den Eigenfunktionen y eintreten, durch die hypergeometrische Reihe ausgedrückt (Courant-Hilbert S. 75, Gl. 55).

Aus der Rekurrenzformel (d) und der Orthogonalitätsrelationen (a) folgen sofort die zu beweisenden Beziehungen (c), und auch die folgenden, worin die I durch (b) gegeben sind.

$$\left.\begin{aligned} J_{l,l-1} &= \int_{-1}^{+1} x y_l y_{l-1} dx = 2\frac{l(a+l)}{(a+b+2l)(a+b+2l+1)} I_{l-1} \\ J_{l,l} &= \int_{-1}^{+1} x [y_l]^2 dx = \frac{a^2-b^2}{(a+b+2l)(a+b+2l+2)} I_l \\ J_{l,l+1} &= \int_{-1}^{+1} x y_l y_{l+1} dx = 2\frac{(a+b+l+1)(b+l+1)}{(a+b+2l+1)(a+b+2l+2)} I_{l+1} \end{aligned}\right\} \quad (e)$$

Zusatz II.

Man bestätigt leicht, daß die Zustandssumme

$$\zeta(\sigma,\tau) = \sum_{j,m,n} e^{-\frac{W^*_{j,m,n}}{KT}}$$

immer absolut konvergiert, wenn nur $\sigma > 0$ und $\tau > -\sigma$ sind, was physikalisch immer der Fall ist, da $\sigma = 0$ unendliche hohe Temperaturen bedeutet und τ nicht kleiner als $-\sigma/2$ sein kann. Die Summe erstreckt sich über alle möglichen Zustände j, m, n, wie sie in 25) gegeben sind; die Größen σ und τ sind durch (28) definiert und $W^*_{j,m,n}$ ist durch (25), (27′) gegeben.

Man darf also nach σ und τ differenzieren oder integrieren und die Reihenfolge der Summen, Differentiationen und Integrationen beliebig ändern, wenn nur $\sigma > 0$ ist. Dieselbe Bemerkung gilt noch falls ζ in einer absolut konvergenten Reihe nach den steigenden Potenzen des kleinen Parameters β entwickelt wird.

In der folgenden Rechnung werden σ und τ als unabhängige Variablen betrachtet.

Wenn man die Entwicklungen (28′) in die Zustandssumme einsetzt, bekommt man

$$\zeta(\sigma,\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\sum_{j=|n|}^{+\infty}\sum_{m=-j}^{+j} e^{-\frac{W^*_{j,m,n}}{KT}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\tau n^2}\sum_{j=|n|}^{\infty} e^{-\sigma j(j+1)}\sum_{-j}^{+j} 1 + \beta\sum_{n=-\infty}^{\infty} n e^{-\tau n^2}\sum_{j=|n|}^{\infty}{}' \frac{e^{-\sigma j(j+1)}}{j(j+1)}\sum_{-j}^{+j} m +$$

$$+ \frac{\beta^2}{2}\left\{\frac{1}{3\sigma}\sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2 e^{-\tau n^2}\sum_{j=|n|}^{\infty}{}' \frac{e^{-\sigma j(j+1)}}{[j(j+1)]^2}\sum_{-j}^{j} m^2 + \frac{1}{\sigma}\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\tau n^2}\sum_{j=|n|}^{\infty}{}' e^{-\sigma j(j+1)}\sum_{m=-j}^{j} 8(\Phi_{j+1,m,n} - \Phi_{j,m,n})\right\}.$$

Der Strich am Summenzeichen bedeutet, daß in der Ausführung der Summe nach j der Zustand $j = m = n = 0$ nicht berücksichtigt werden darf. Mit $|n|$ wird, wie üblich, ein absoluter Wert bezeichnet, der auch eventuell Null sein kann.

Mit Rücksicht auf die folgenden Beziehungen

$$\sum_{-j}^{+j} 1 = 2j+1 \qquad \sum_{-j}^{+j} m = 0 \qquad \sum_{-j}^{+j} m^2 = \frac{j(j+1)(2j+1)}{3} \qquad \sum_{-j}^{+j} 8(\Phi_{j+1,m,n} - \Phi_{j,m,n}) = \frac{n^2}{3}\frac{2j+1}{[j(j+1)]^2}$$

$$(2j+1)e^{-\sigma j(j+1)}\left\{\frac{1}{\sigma}\frac{1}{[j(j+1)]^2} + \frac{1}{j(j+1)}\right\} = \frac{2j+1}{\sigma}\int_{\sigma}^{\infty}\sigma e^{-\sigma j(j+1)} d\sigma$$

reduziert sich die Summe auf

$$\zeta(\sigma,\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\tau n^2}\sum_{j=|n|}^{\infty}(2j+1)e^{-\sigma j(j+1)} + \frac{\beta^2}{2}\cdot\left\{\frac{1}{3\sigma} + \frac{1}{3\sigma}\sum_{n=-\infty}^{\infty} n^2 e^{-\tau n^2}\sum_{j=|n|}^{\infty}{}'(2j+1)\int_{\sigma}^{\infty} e^{-\sigma j(j+1)}\sigma d\sigma\right\}$$

Wir setzen

$$S(n,\sigma)=\sum_{j=|n|}^{\infty}(2j+1)e^{-\sigma j(j+1)} \qquad |n|>0$$

und kennzeichnen mit einem Akzent dieselbe Summe, wo aber der Zustand $j=m=n=0$ nicht berücksichtigt wird, d. h.

$$S'(n,\sigma)=S(n,\sigma) \qquad |n|\neq 0$$
$$S'(0,\sigma)=S(1,\sigma) \qquad |n|=0.$$

Mit Hilfe der Eulerschen Summationsformel erhält man einen angenäherten Ausdruck für S, der für nicht zu große Werte von σ gilt:

$$S(n,\sigma)=e^{-\sigma n^2}\left\{\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{6}(2-\sigma n^2)+\cdots\sigma\cdots\right\}.$$

Wir setzen noch

$$a(\sigma,\tau)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-\tau n^2}\cdot S(n,\sigma)$$

und bezeichnen mit $a'(\sigma,\tau)$ dieselbe Summe, wo nur S durch S' ersetzt wird. Dann gilt

$$a(\sigma,\tau)-a'(\sigma,\tau)=S(0,\sigma)-S'(0,\sigma)=$$
$$=S(0,\sigma)-S(1,\sigma)=1,$$

d. h. $a-a'$ ist eine von τ unabhängige Funktion. Also darf man a' durch a ersetzen, wenn nachher noch nach τ differenziert wird, unter der Bedingung, daß diese Substitution die gleichmäßige Konvergenz der Summen und Integralen nicht beeinflußt.

Betrachtet man die von Cauchy herrührende Beziehung (siehe z. B. Jordan, Cours d'Analyse, Bd. 2, S. 344, 1913)

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{-\varrho n^2}=\sqrt{\frac{\pi}{\varrho}}\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}e^{-\frac{\pi^2}{\varrho}\nu^2},$$

die für kleine Werte von ϱ sich auf

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-\varrho n^2}=\sqrt{\frac{\pi}{\varrho}}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty}e^{-\varrho n^2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\varrho}},$$

vereinfacht, und die hieraus sich durch Differentiation ergebende Beziehung

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}n^2e^{-\varrho n^2}=2\sum_{n=1}^{\infty}n^2e^{-\varrho n^2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\varrho^3}},$$

so bekommt man für $a(\sigma,\tau)$ den folgenden für kleine Werte von σ und τ gültigen Ausdruck

$$a(\sigma,\tau)=$$
$$=\frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{\pi}{\sigma+\tau}}\left[1+\frac{\sigma}{3}-\frac{\sigma}{12}\frac{\sigma}{\sigma+\tau}+\cdots\sigma^2\cdots\right]$$

Dieser Ausdruck darf nur für kleine Werte von σ integriert werden.

Wir schreiben also für die Zustandssumme

$$\zeta(\sigma,\tau)=a(\sigma,\tau)+\frac{\beta^2}{2}\cdot\frac{1}{3\sigma}\left\{1-\int_{\sigma}^{0}\frac{\partial}{\partial\tau}[\sigma a'(\sigma,\tau]d\sigma+\sum_{n=-\infty}^{\infty}n^2e^{-\tau n^2}\sum_{j=|n|}^{\infty}{}'(2j+1)\int_{0}^{\infty}e^{-\sigma j(j+1)}\sigma d\sigma\right.$$

Im ersten Integral ist es offenbar gestattet a' durch a zu ersetzen; daher bekommt man leicht

$$-\int_{\sigma}^{0}\frac{\partial}{\partial\tau}[\sigma a'(\sigma,\tau)]d\sigma=$$
$$=-\sqrt{\frac{\pi}{\tau}}+\sqrt{\frac{\pi}{\sigma+\tau}}-\frac{1}{12}\sqrt{\frac{\pi}{\sigma+\tau}}\left(\frac{\sigma^2}{\sigma+\tau}\right)\cdots$$

Das zweite Integral ist gleich $1/[j(j+1)]^2$; die Summe nach j reduziert sich dann auf $1/n^2$ ($n\neq 0$). Indem man noch bemerkt, daß

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}n^2e^{-\tau n^2}\cdot J_n=2\sum_{n=1}^{\infty}n^2e^{-\tau n^2}\cdot J,$$

wo J die Summe nach j darstellt, findet man für den letzten Term der Zustandssumme den Wert

$$-1+\sqrt{\frac{\pi}{\tau}}.$$

Faßt man die Resultate zusammen, so erhält man endlich für die Zustandssumme

$$\zeta(\sigma,\tau)=\sqrt{\frac{\pi}{\sigma+\tau}}\left[\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{3}-\frac{1}{12}\frac{\sigma}{\sigma+\tau}\cdots\right]+$$
$$+\frac{\beta^2}{2}\cdot\frac{1}{3\sigma}\sqrt{\frac{\pi}{\sigma+\tau}}\left[1-\frac{\sigma}{12}\frac{\sigma}{\sigma+\tau}\cdots\right]$$

oder, der Definition (28) von τ gemäß,

$$\zeta(\sigma,\varkappa)=\sqrt{\frac{\pi}{\varkappa\sigma^3}}\left[1+\frac{\sigma}{3}-\frac{\sigma}{12}\cdot\frac{1}{\varkappa}\cdots\right]+$$
$$+\frac{\beta^2}{2}\cdot\frac{1}{3\sigma}\sqrt{\frac{\pi}{\varkappa\sigma}}\left[1-\frac{\sigma}{12}\cdot\frac{1}{\varkappa}\cdots\right].$$

Es ist leicht zu sehen, daß die folgenden Terme der Entwicklung gleich σ^k mal ein Polynom vom Grade k in $1/\varkappa$ sind. Die Konstante $\varkappa$, die das Verhältnis der Trägheitsmomente A/C darstellt, darf alle möglichen Werte zwischen $^1/_2$ bis unendlich annehmen, da die Voraussetzung, daß τ klein sein muß, erfüllt ist wenn nur σ klein ist.

Dieselbe Schlüsse gelten auch für die Dielektrizitätskonstante.

Literatur.

1) Frl. L. Mensing u. W. Pauli jr., Physik. Zeitschr. **27**, 509, 1926.
2) R. de L. Kronig, Proc. Nat. Acad. Wash. **12**, 488, 1926.
2') R. de L. Kronig, Proc. Nat. Acad. Wash. **12**, 608, 1926.
3) C. Manneback, Physik. Zeitschr. **27**, 563, 1926. Als loc. cit. bezeichnet.
4) P. Langevin, Journ. de Phys. (4) **4**, 678, 1905; Ann. de Chimie et Phys. (8), **5**, 70, 1905; P. Debye, Physik. Zeitschr. **13**, 97, 1912; Marx, Handb. d. Radiologie **6**, Akad. Verlagsges. Leipzig.
5) E. Schrödinger, Ann. d. Phys. **79**, 489, 1926 (Gl. 18").
6) K. Schwarzschild, Berl. Akad. 548, 1916; P. S. Epstein, Physik. Zeitschr. **20**, 289, 1919.
7) M. Czerny, Zeitschr. f. Phys. **34**, 227, 1925.
8) D. M. Dennison, Phys. Rev. **28**, 318, 1926.
9) E. Schrödinger, Ann. d. Phys. **80**, 437, 1926; E. Fues, Ann. d. Phys. **80**, 367, 1926 (Gl. 46 u. 49).
10) K. Shierkolk, Zeitschr. f. Phys. **29**, 277, 1924.
11) F. Reiche, Ann. d. Phys. **58**, 657, 1919.
12) L. Brillouin, Compt. Rend. Paris **183**, 24, 1926.

Berichtigung zu der Arbeit:

„Die Dielektrizitätskonstante der zweiatomigen Dipolgase nach der Wellenmechanik", von C. Manneback, Physik. Zeitschr. **27**, 563, 1926.

S. 565: In der Formel (8) ist A zu streichen.
S. 565: In der zweiten Formel für $d\tau^2$ ist der Faktor 2 zu streichen und $d^2\varphi$ durch $d\varphi^2$ zu ersetzen.
S. 567: In den Formeln (17') und (20) muß es statt $R_{n,p}$, $2R_{n,p}$ heißen.
S. 567: In der letzten Doppelsumme der Formel (20) fehlt der Exponentialfaktor $e^{-\sigma(n+1)\mu}$.
S. 566: In der Formel (11) muß es W^* statt W heißen.
S. 568: In der ersten Formel (c) lautet das linke Glied richtig: $-P_{n,p}(E_n x + E' u'_n \rho)$.
S. 568: In der Formel (k) lautet der Nenner des zweiten Bruches richtig $(2n+3)(2n+1)$.
S. 569: In der vorletzten Formel unten lautet der erste Term richtig $(n+1)P_{n+1,0}$.

(Eingegangen 29. November 1926.)

Über den Luftwiderstand bei gleichzeitiger Rotation des Versuchskörpers[1]).

Von C. Wieselsberger.

Die Versuche, über welche im folgenden berichtet werden soll, wurden angestellt, um zu ermitteln, in welchem Maße sich der Luftwiderstand eines Körpers ändert, wenn dieser außer seiner Vorwärtsbewegung gleichzeitig eine Drehung von konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine zur Bewegungsrichtung parallele Symmetrieachse ausführt. Sie wurden zur allgemeinen Klärung der hierbei auftretenden Vorgänge ohne Rücksicht auf praktische Anwendungen ausgeführt. Es ist bekannt, daß der vorliegende Fall, Vorwärtsbewegung und gleichzeitige Rotation, bei der Geschoßbewegung eine wichtige Rolle spielt, und eine experimentelle Untersuchung dieses Vorganges seit langem erwünscht wäre. Doch können diese Versuche nicht beanspruchen, zur Klärung dieser Fragen beizutragen, da die Geschwindigkeiten, bei denen sie ausgeführt wurden, viel zu klein waren. Die Geschoßbewegungen erfolgen ja größtenteils mit Überschallgeschwindigkeit, während hier nur zehn- bis zwanzigmal kleinere Geschwindigkeiten zur Verfügung standen. Man weiß, daß die Strömungsformen bei Über- und Unterschallgeschwindigkeit gänzlich voneinander verschieden sind. Es ist gänzlich unmöglich, aus Messungen bei Unterschallgeschwindigkeit Schlüsse auf den Widerstand eines Körpers bei Überschallgeschwindigkeit zu ziehen. Indessen ist zu bemerken, daß Vorgänge der hier untersuchten Art, die sich bei verhältnismäßig geringen Geschwindigkeiten abspielen und die durch die vorliegenden Versuche geklärt werden können, mitunter in der Technik vorkommen (z. B. rotierende Naben von Gebläsen und Turbinen) und daher für den Ingenieur ein gewisses Interesse haben.

Die Versuche wurden mit folgenden drei Körpern ausgeführt (Fig. 1).

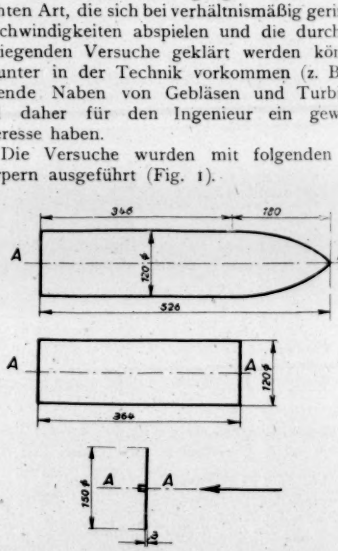


Fig. 1.

Versuchskörper Nr. 1: Geschoßförmiger Körper von 120 mm Durchmesser und 526 mm Länge, bestehend aus einem zylindrischen Teil von 346 mm Länge und darangesetzter Spitze.

1) Die Versuche wurden im Aeronautischen Institut der Kaiserlichen Universität in Tokyo ausgeführt. Ein kurzer vorläufiger Bericht hierüber erschien im Juni 1926 in den nicht im Handel befindlichen Monatsberichten des Instituts.

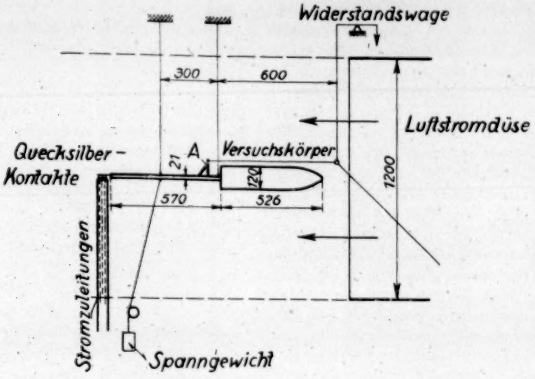


Fig. 2.

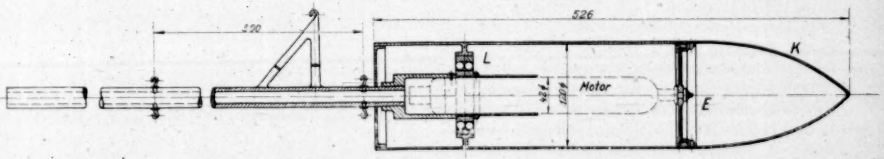


Fig. 3.

Versuchskörper Nr. 2: Zylinder von 120 mm Durchmesser und 364 mm Länge.

Versuchskörper Nr. 3: Kreisförmige Scheibe von 150 mm Durchmesser und 3 mm Dicke.

Die Rotation erfolgte um die Symmetrieachse A—A und diese war parallel zur Windrichtung eingestellt. Gemessen wurde der Widerstand bei verschiedenen Drehzahlen und verschiedenen Windgeschwindigkeiten. Die Versuche geben noch kein vollständiges Bild über den Einfluß der Rotation, sondern sind nur als erste orientierende Versuche anzusehen. Messungen mit anderen Körperformen, z. B. Kugel, Stromlinienkörper usw. sowie Versuche, bei welchen auch Auftrieb bzw. Seitenkraft und Angriffspunkt der Luftkraft bei gegen die Windrichtung geneigter Rotationsachse gemessen werden, sollen in weiteren Versuchsreihen ausgeführt werden.

Versuchsanordnung.

Das allgemeine Schema der Versuchsanordnung ist aus Fig. 2 ersichtlich. Ein gleichmäßiger Luftstrom von 1,2 m Durchmesser bläst gegen den Versuchskörper, welcher am vorderen Ende eines Halterohres drehbar gelagert ist. Der Antriebsmotor befindet sich im Inneren des Versuchskörpers. Die Haltestange ist an Stahldrähten aufgehängt und mit einem Spanngewichte versehen. Der zur Widerstandswage führende Draht greift vermittels eines Armes A ebenfalls an diese Haltestange an. Die Stromzuleitungen für den Antriebsmotor führen von unten kommend durch ein Profilrohr nach Quecksilberkontakten am oberen Ende desselben. Von hier aus laufen die Leitungen im Innern des erwähnten Halterohres nach dem Motor. Als Antriebsmotor wurde ein von der Göttinger Versuchsanstalt gelieferter Drehstrommotor[1]) von 42 mm Außendurchmesser verwendet, der für diesen Zweck sehr geeignet war. Der Einbau in den geschoßförmigen Versuchskörper ist in Fig. 3 dargestellt. Der aus Aluminium hergestellte Versuchskörper ist am vorderen Wellenende E des Motors befestigt und weiter rückwärts durch ein Kugellager L gelagert. Der vordere spitzenförmige Teil K kann abgenommen und durch eine ebene Fläche ersetzt werden. Auf diese Weise konnte der Versuchskörper Nr. 1 in den Versuchskörper Nr. 2 (Zylinder) verwandelt werden. Bei Messung der Scheibe wurde auch der zylindrische Teil und das Kugellager L entfernt und die Scheibe auf das Wellenende E aufgesetzt.

1) Vgl. L. Ackeret, Neuere Untersuchungen der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen. Zeitschr. f. Flugt. u. Motorluftschf. 1925, S. 44.

Die Drehzahl des Versuchskörpers wurde mittels Stroboskops gemessen. Die mit Löchern versehene Scheibe war auf die Achse eines kleinen Elektromotors aufgesetzt, dessen Drehzahl mit einem Schieberwiderstande von Hand reguliert wurde. Gleichzeitig war die Achse mit einem Tachometer gekuppelt, welches die Drehzahl der Stroboskopscheibe abzulesen gestattete. Da der Bereich der zur Anwendung kommenden Drehzahlen ein ziemlich ausgedehnter war, so war es nötig, Stroboskopscheiben von verschiedener Lochzahl zu verwenden.

Der Lauf des an Drähten aufgehängten Versuchskörpers war im allgemeinen ruhig und schwingungsfrei. Nur bei ganz niedrigen Drehzahlen traten ab und zu Schwingungen auf, die indess nicht weiter störten, weil in diesem Bereich keine Messungen ausgeführt wurden.

Versuche und deren Ergebnisse.

Es wurde der Widerstand der drei Versuchskörper bei zwei verschiedenen, konstant gehaltenen Windgeschwindigkeiten (rd. 20 m/sec und 30 m/sec) abhängig von der Drehzahl gemessen. Der Drehzahlenbereich lag zwischen 0 und rd. 10000 Umdr./Min. Die Versuchskörper wurden auch in ruhiger Luft bei hohen Drehzahlen rotieren lassen, wobei sich zeigte, daß in diesem Falle ein meßbarer Widerstand nicht vorhanden ist. Außerdem wurde die Strömung in der Umgebung der Versuchskörper mittels eines feinen Seidenfadens qualitativ beobachtet.

Die Ergebnisse der Versuche sind in den Diagrammen (Fig. 4 bis 6) in Kurvenform dargestellt, wobei die Widerstandszahl c_w abhängig von dem Verhältnis u/v (u = Umfangsgeschwindigkeit v = Windgeschwindigkeit) aufgetragen ist. c_w ist definiert durch die bekannte Gleichung

$$W = c_w F q$$

(W = Widerstand, F = Hauptspantfläche, q = Staudruck). Die Widerstandszahl des geschoßförmigen Körpers abhängig von dem Verhältnis u/v ist in Fig. 4 dargestellt. Diese Kurve hat einen parabelähnlichen Verlauf, doch erfolgt die Zunahme des Widerstandes, wie die nähere Untersuchung zeigt, etwas schwächer als mit dem Quadrat von u/v. Für den Zylinder und für die Scheibe sind die entsprechenden Kurven in den Fig. 5 und 6 dargestellt. Aus dem Vergleich der Versuchsergebnisse ersieht man, daß der Einfluß der Rotation beim geschoßförmigen Versuchskörper am ausgeprägtesten ist. Hier ist für den Fall $u/v = 2$ die Widerstandszahl auf den doppelten Betrag des ursprünglichen Wertes angewachsen. Beim zylindrischen Versuchskörper Nr. 2 ist der Einfluß

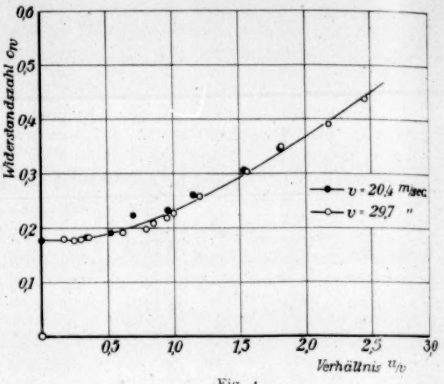


Fig. 4.

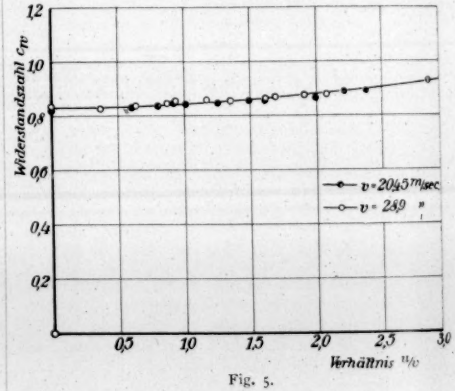


Fig. 5.

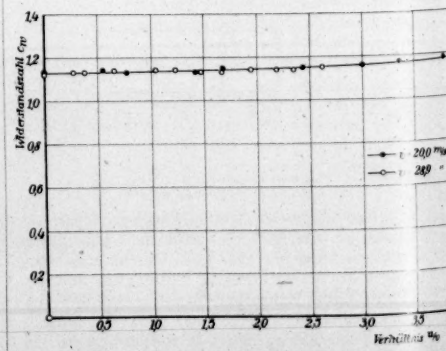


Fig. 6.

der Rotation qualitativ zwar derselbe, quantitativ hingegen viel geringer und bei der Scheibe ist ein Einfluß der Rotation trotz der höheren Umfangsgeschwindigkeit nur mehr schwach zu erkennen.

Bezeichnet c_0 die Widerstandszahl des nicht rotierenden Körpers, so läßt sich für die Widerstandszahl des rotierenden Körpers schreiben:

$$c_w = c_0 + c_d f\left(\frac{u}{v}\right),$$

wobei allerdings die Abhängigkeit der Widerstandszahl von der Reynoldsschen Zahl außer acht gelassen ist, die für Versuchskörper von der vorliegenden Form erfahrungsgemäß nicht erheblich ist.

Durch die dimensionslose Konstante c_d wird die Stärke des Einflusses der Rotation zum Ausdruck gebracht. Das Widerstandsgesetz läßt sich dann in der Form schreiben:

$$W = \left(c_0 + c_d f\left(\frac{u}{v}\right)\right) Fq$$
$$= c_0 Fq + c_d f\left(\frac{u}{v}\right) Fq.$$

Für eine erste rohe Annäherung kann man für $f\left(\frac{u}{v}\right) = \left(\frac{u}{v}\right)^2$ setzen und die Konstante c_d aus dem Verlauf der Kurve ermitteln.

Für die Zunahme des Widerstandes bei Rotation des Körpers lassen sich zwei Ursachen angeben, die mit den Vorgängen in der Grenzschicht zusammenhängen. Im Falle reiner Parallelströmung sinkt die Geschwindigkeit innerhalb der Grenzschicht von dem Werte der äußeren Strömung auf den Wert o an der Oberfläche des Körpers (Fig. 7a), während bei reiner Rotationsbewegung die Geschwindigkeit von dem der Umfangsgeschwindigkeit entsprechenden Wert nach außen hin abnimmt (Fig. 7b). Die Rotation der Grenzschicht, die auf diese Weise zustande kommt, hat eine Zentrifugalkraft zur Folge und zwar ist die Zentrifugalkraft der oberflächennahen Schichten größer als diejenige der weiter entfernten Schichten. Nach Versuchen von Taylor[1]) mit rotierenden Zylindern besteht die Möglichkeit, daß für diesen Fall die Grenzschicht labil wird, indem die wandnahen Luftteilchen nach außen geworfen werden und somit eine stärkere Durchmischung der Grenzschicht stattfindet. Dies würde eine Vergrößerung der turbulenten Reibung und somit eine Vergrößerung des Oberflächenreibungswiderstandes bedeuten. Experimentell könnte dies vermutlich durch die Verdickung der Grenzschicht festgestellt werden. Eine andere Ursache für die Zunahme des Widerstandes könnte auch darin gefunden werden, daß infolge der Rotation der statische Druck innerhalb der Grenzschicht gegen die Wand des rotierenden Körpers

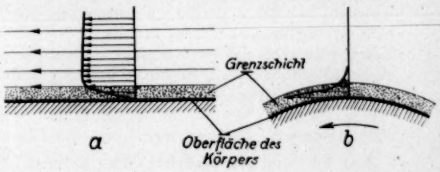


Fig. 7a u. b.

zu abnimmt. Da die rotierende Grenzschicht an der Hinterkante des Körpers in die freie Flüssigkeit hinaus tritt, so würde dieser erniedrigte statische Druck auch dem Totwassergebiet hinter dem Körper aufgeprägt, und somit der Widerstand erhöht werden. Die Verteilung des statischen Druckes unmittelbar hinter dem Körper müßte dann einen Verlauf etwa entsprechend

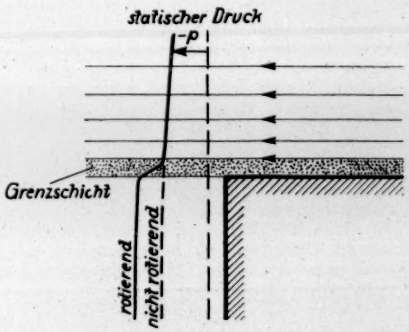


Fig. 8.

Fig. 8 zeigen. Die Verteilung bei nicht rotierendem Körper ist gestrichelt eingezeichnet. Es ist wohl möglich, daß beide Ursachen an der Zunahme des Widerstandes beteiligt sind. Welcher Anteil überwiegend ist, läßt sich zunächst nicht sagen, und es soll auf experimentellem Wege versucht werden, dieses aufzuklären. Die Rotation der Grenzschicht hängt offenbar auch noch von der Länge des Körpers, gemessen in Windrichtung, ab. Je länger der Körper, um so mehr wird sich der Einfluß der Drehung bemerkbar machen. Deshalb ist bei der Scheibe

[1]) G. J. Taylor, Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. Phil. Trans. Series A, Vol 223. Auszugsweise bei L. Schiller, Das Turbulenzproblem und verwandte Fragen. Physik. Zeitschr. **26**, 566, 1925.

die Wirkung der Drehung verschwindend klein; die Luft wird hier offenbar nur wenig in Drehung versetzt. Beim Zylinder erfolgt bekanntlich bereits an der Vorderkante Ablösung, die Strömung legt sich aber nachher bei genügender Länge des Zylinders wieder an die Mantelfläche an. Es scheint, daß für die Drehung der Luft nur ein schmaler Gürtel der Zylinderfläche wirksam ist, längs dessen die Strömung glatt entlang fließt, und daß derjenige Teil des Zylindermantels, welcher von dem von der Vorderkante ausgehenden Wirbelgebiet eingehüllt ist, für die Drehung der Grenzschicht ohne Einfluß ist. Wäre dem nicht so, so müßte die Widerstandszunahme beim Zylinder von ungefähr dem gleichen Betrag wie beim geschoßförmigen Körper sein.

Bei den untersuchten Körpern war durch die Form der Körper die Ablösungsstelle (Kanten) von vornherein festgelegt. Es wird daher von Interesse sein, auch solche Körper zu untersuchen, bei welchen sich die Ablösungsstelle verschieben kann. Solche Versuche sollen, wie eingangs erwähnt, ebenfalls ausgeführt werden.

(Eingegangen 9. Dezember 1926.)

Zur Theorie der Oberflächenschichten.

Von J. Th. Groosmuller.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut zu Amsterdam, Dir. Prof. R. Sissingh.)

In einer vorigen Arbeit[1]) haben wir gezeigt, daß die Drudesche Theorie der Oberflächenschichten mit den Beobachtungen in Einklang zu bringen ist, wenn man die Größe $(d:\lambda)^2$ nicht vernachlässigt, wo d die Dicke der Oberflächenschicht und λ die Wellenlänge bedeutet. Herr H. Schulz[2]) teilte uns darauf mit, daß die erweiterte Drudesche Theorie im allgemeinen nicht imstande ist, das Auftreten sowohl von positiver als negativer Reflexion zu erklären. Mehrere Autoren haben diese Erklärung durch die Drudesche Theorie in Frage gestellt. Aus meiner Arbeit[3]) folgt aber, daß nach der erweiterten Drudeschen Theorie beide Reflexionen ohne irgendeine neue Hypothese auftreten können. An dieser Stelle möchte ich eine nähere Auseinandersetzung meiner Arbeit unterlassen. Es scheint mir aber nicht überflüssig, zu zeigen, daß die Genauigkeit der Berechnung von tg Δ, wenn man mit Δ den Phasenunterschied der reflektierten Lichtvektoren R_p und R_s, parallel und senkrecht zur Einfallsebene bezeichnet, in der Nähe des Brewsterschen Polarisationswinkels J_p ungenügend ist, wenn man die Glieder mit $(d:\lambda)^2$ in den Formeln nicht berücksichtigt.

Aus der Drudeschen Theorie kann man für $\varrho e^{i\Delta} = R_p : R_s$ eine Reihe folgender Gestalt ableiten:

$$\varrho e^{i\Delta} = \alpha + \beta\,(d:\lambda) + \gamma\,(d:\lambda)^2 + \ldots\ldots, \qquad (1),$$

worin α und γ reell sind und β imaginär ist. α, β und γ sind Funktionen der Einfalls- und Refraktionswinkel.

Aus (1) geht hervor:

$$\varrho\cos\Delta = \alpha + \gamma\,(d:\lambda)^2, \quad \varrho\sin\Delta = \beta\,d:\lambda,$$

also

$$\varrho = \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha\gamma\,(d:\lambda)^2 + \beta^2\,(d:\lambda)^2},$$

$$\cot\Delta = (\alpha + \gamma\,(d:\lambda)^2) : (\beta\,d:\lambda).$$

Im allgemeinen ist also, wenn man $(d:\lambda)^2$ vernachlässigt,

$$\varrho = \alpha, \quad \operatorname{tg}\Delta = (\beta\,d:\lambda) : \alpha.$$

In der Nähe des Brewsterschen Polarisationswinkels J_p wird α sehr klein und es ist nicht mehr erlaubt, im Ausdruck für $\cot\Delta$ die Glieder mit $(d:\lambda)^2$ zu vernachlässigen.

Beim Polarisationswinkel J_p ist $\alpha = 0$, und

$$\varrho = b\,d:\lambda; \quad \cot\Delta = \gamma\,(d:\lambda) : \beta.$$

Nehmen wir jetzt an, daß der Brechungsindex in der Übergangsschicht immer zwischen den Brechungsindizes der beiden Medien liegt, so kann man leicht zeigen, daß immer $\beta < 0$, also $\varrho < 0$[4]), $\cot\Delta$ wird bestimmt durch die Formel[5])

$$\cot\Delta = -\,b\int_1^2 \frac{\varepsilon^2(3\varepsilon_1+\varepsilon^2) - \varepsilon(4\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) + \varepsilon_1\varepsilon_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}{\varepsilon}\,dz, \quad (b>0).$$

1) J. Th. Groosmuller, Archives Néerlandaises, Sér. III A, T. VIII, 154—163, 1924; Physica, V, 83, 1925; R. Sissingh u. J. Th. Groosmuller, Physik. Zeitschr. **27**, 518—522, 1926.

2) H. Schulz, Physik. Zeitschr. **27**, 711—712, 1926.

3) Rayleigh, Phil. Mag. **33**, 1—19, 1892; K. E. F. Schmidt, Ann. d. Phys. **52**, 75, 1894; 53, 769, 1894; Rayleigh, Phil. Mag. 16, 444—449, 1908; Lummer u. Sorge, Ann. d. Phys. 31, 325—342, 1910; eine theoretische Deutung dieser Erscheinungen ist von H. Schulz gegeben worden in: Verh. d. deutsch. physik. Ges. 1910, S. 394—396.

4) Siehe hierzu: Lummer u. Sorge, loc. cit. § 3.

5) Groosmuller, loc. cit.

In dieser Formel sind ε_1 und ε_2 die Dielektrizitätskonstanten der beiden Medien. Das Zeichen von cot Δ wird also durch das Integral bestimmt und wir haben bewiesen, daß cot $\Delta \gtrless 0$ sein kann. Führen wir im Integral einen Mittelwert $\bar{\varepsilon}$ für ε an, so findet man in dem

$$Y = (\bar{\varepsilon}\, 3\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \bar{\varepsilon}\,(4\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) + \varepsilon_1\varepsilon_2\,(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

gesetzt wird.

$$\cot\Delta = -bd\; Y : \bar{\varepsilon}, \quad d = \int_1^2 dz.$$

Betrachten wir jetzt die Figur $Y = 0$, unter der Annahme $\varepsilon_1 = 1$.

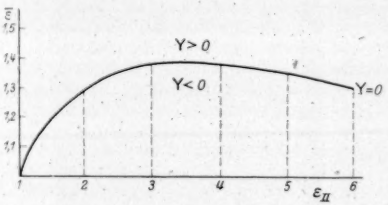


Fig. 1.

Die Linie $Y = 0$ gibt die Grenze zwischen positiver und negativer Reflexion, da für $Y \gtrless 0$, cot $\Delta \lessgtr 0$.

Ohne die Berechnung über andere Einfallswinkel als J_β zu erstrecken, ist es jetzt möglich über den Verlauf der Kurve tg Δ etwas Näheres anzugeben.

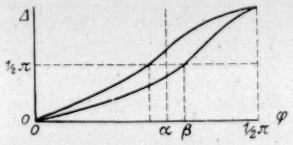


Fig. 2.

Man sieht sofort, daß die Umwandlung von positiver in negativer Reflexion nur in der Nähe von J_β durch das Experiment nachgewiesen werden kann. Es wäre deshalb erforderlich, die in Fig. 2 angegebenen Kurven auch für andere Einfallswinkel als J_β zu prüfen.

Die von Lummer und Sorge (loc. cit.) beobachteten Änderungen von positiver in negativer Reflexion durch Druck sprechen nicht gegen die Drudesche Theorie, da diese sich nur auf isotrope Medien erstreckt.

Die Änderung des Zeichens der Reflexion durch Polierung kann auf folgende Weise erklärt werden. Es sei zuerst die Übergangsschicht eine Luftschicht, so ist ε nur wenig größer als 1. Nach Fig. 1 ist $Y < 0$, also cot $\Delta > 0$ und die Reflexion eine positive. Durch Polierung entsteht eine Übergangsschicht mit höherem Brechungsindex. Es ist also möglich, daß jetzt nach Fig. 1, $Y > 0$, also cot $\Delta < 0$ wird. Die positive Reflexion hat sich dann in eine negative verwandelt.

H. Schulz[1]) hat mittels seiner Theorie die Dicke der Übergangsschicht berechnet und findet einen mit unseren Berechnungen gut übereinstimmenden Wert. Hieraus geht hervor, daß eine Entscheidung nur erbracht werden kann, indem man die experimentellen Bestimmungen über andere Winkel als J_β erstreckt.

Zum Schluß möchte ich noch bemerken, daß obige Ausführungen nicht eine Kritik der anderen theoretischen Abhandlungen über diesen Gegenstand bezwecken. Es erschien nur nötig zu beweisen, daß die Drudesche Theorie, wenn richtig interpretiert, dieselben Resultate liefern kann.

1) Physik. Zeitschr. 27, 711—712, 1926.

(Eingegangen 10. Dezember 1926.)

Intensitätsänderungen der Linien eines Quecksilbertripletts [1]).

Von Sigurd Eskeland.

Das Ziel dieses Versuches war zu entscheiden, ob sich die Intensitätsverhältnisse in einem Quecksilbertriplett durch Änderungen der Spannung oder des Dampfdruckes beeinflussen lassen.

Das untersuchte Triplett war:

$\lambda = 5461$,	$2p_3 - 2s$
$\lambda = 4358$,	$2p_2 - 2s$
$\lambda = 4047$,	$2p_1 - 2s$.

Die Apparate waren folgendermaßen eingerichtet: Das Entladungsrohr (Fig. 1, Nr. 1) war vertikal aufgestellt und oben mit einer rotierenden Gaede-Quecksilberluftpumpe und einem Mc Leodschen Manometer verbunden. Unten ging es in ein langes Glasrohr (2) über, welches mit einem Quecksilbergefäß (3) durch einen Gummischlauch in Verbindung stand. Wenn das Entladungsrohr evakuiert wird, steigt das Quecksilber in das eigentliche Entladungsrohr hinauf, und mittels des Quecksilbergefäßes wird die obere Quecksilberoberfläche in der gewünschten Höhe eingestellt.

1) Berichte über diese Ergebnisse wurden zuerst auf der skandinavischen Physikerversammlung in Oslo, August 1925, gegeben.

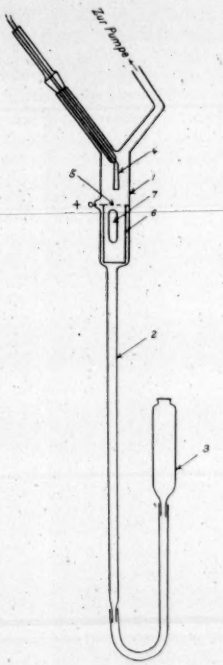


Fig. 1.

Die Kathode ist eine Wehneltkathode (4), die von oben in das Entladungsrohr hineinragt. Etwa 1 cm von der Kathode entfernt ist die Anode angebracht, die aus einem Drahtnetz (5) besteht. Gerade unter der Anode und in leitender Verbindung mit dieser ist ein Eisenrohr (6) angebracht. Das untere Ende des Eisenrohres reicht in das Quecksilber hinab. Im Inneren dieses Eisenrohres ist ein feldfreier Raum, und in diesem Raum findet die Lichtemission statt, die im Spektrographen aufgenommen wird. Das Licht kann durch eine Öffnung in der Seitenwand des Eisenrohres passieren.

Das Entladungsrohr war von einem zylindrischen elektrischen Ofen umgeben, so daß man im Entladungsrohr die gewünschte Temperatur, d. h. den gewünschten Dampfdruck herstellen konnte. Dieser Ofen war auch mit einer Öffnung für das Licht versehen, und gerade außerhalb dieser Öffnung war der Kollimator des Spektrographen angebracht. Entladungsrohr mit elektrischem Ofen und mit elektrischen Schaltungen ist in Fig. 2 gegeben.

Die Spannung zwischen Anode und Kathode konnte mittels eines Potentiometers reguliert werden.

Die Spektrogramme wurden mit Hilfe eines Mollschen Mikrophotometers ausgemessen. Dieses Photometer fordert eine Liniendichte, die innerhalb eines bestimmten Gebietes liegt. Es mußte deshalb eine Plattensorte verwendet werden, die so für die betreffenden Farben abgestimmt war, daß alle drei Linien ausreichend belichtet waren, jedoch so, daß keine von ihnen zu dicht wurde. Die Plattensorte, die sich für diesen Zweck am besten geeignet zeigte, war Imperial Panchromatic *B* mit einem 5 *x*-Gelbfilter von Zeiss vor dem Spektrographen.

Die Verbindung zwischen Intensität und Photometerausschlag wurde durch eine Schwär-

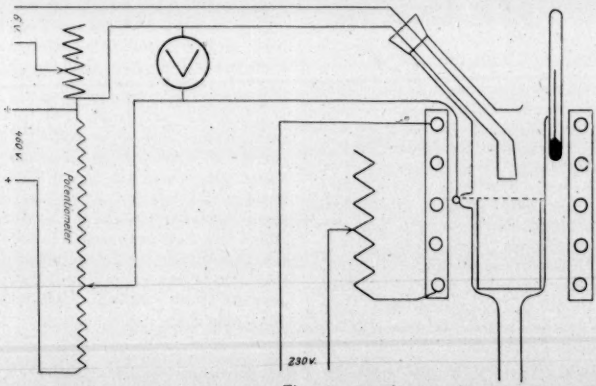


Fig 2.

zungsskala in der Weise bestimmt, daß das Spektrum einer Argon-Glimmlampe aufgenommen wurde, indem die Belichtungszeiten für jede Aufnahme verdoppelt wurden. Die so gewonnenen Argonspektrogramme wurden mit dem Mikrophotometer ausgemessen. Eine bestimmte Linie wurde aus sämtlichen Spektrogrammen ausgewählt, und die Belichtungszeiten wurden als Abszissen und die entsprechenden Photometerausschläge dieser Linie als Ordinaten auf Millimeterpapier aufgetragen.

Um einen Einfluß der Röhrenspannung auf die Intensitätsverhältnisse zwischen den drei Linien nachzuprüfen, wurden Spektrogramme bei 120 Volt und bei 460 Volt aufgenommen, und um zu untersuchen ob der Druck des Quecksilberdampfes irgendeinen Einfluß auf die Intensitätsverhältnisse ausübe, wurden Spektrogramme bei 37° und 83° mit unveränderter Spannung aufgenommen.

Um Fehler, die von ungleicher Entwickelung herrühren, zu vermeiden, wurden alle Spektrogramme und die Schwärzungsskala auf derselben Platte aufgenommen.

Es war wichtig, die zwei zu vergleichenden Spektrogramme möglichst ähnlich zu belichten, um nur kleine Bereiche der Schwärzungskurve zu brauchen.

In jedem Zustand des Entladungsrohrs, welcher untersucht werden sollte, wurde deshalb eine Reihe Spektrogramme aufgenommen mit Belichtungszeiten, die sich für den betreffenden Zustand als ungefähr passend gezeigt hatten, jedoch so, daß die Belichtungszeit von Aufnahme zu Aufnahme ein wenig verlängert wurde.

In dieser Weise wurde es möglich ein Spektrogramm aus jedem von zwei Zuständen, die verglichen werden sollten, auszuwählen mit derselben oder fast derselben Liniendichte.

Die erste Reihe wurde bei 460 Volt Spannung und einer Temperatur von 83° aufgenommen, die zweite Reihe bei 120 Volt und 83° und die dritte bei 460 Volt und 37°.

Die Einwirkung, welche die Spannung auf die Intensitätsverhältnisse zwischen den drei Linien ausüben könnte, findet man dadurch, daß man ein Spektrogramm aus der ersten Reihe mit einem aus der zweiten Reihe, das ungefähr dieselbe Liniendichte aufweist, vergleicht. Und ebenso findet man die eventuelle Einwirkung des Dampfdruckes durch Vergleich von einem Spektrogramm aus der ersten Reihe mit einem aus der dritten, indem man auch diesmal die zwei Spektrogramme wählt, welche die größte Ähnlichkeit in der Schwärzung aufweisen.

Fig 3 zeigt zwei Intensitätsdiagramme, von welchen das obere bei 120 Volt Spannung und das untere bei 460 Volt aufgenommen ist.

Der Abstand der Kurvenspitze von der Basislinie ist:

	$\lambda = 5461$	$\lambda = 4328$	$\lambda + 4047$
120 Volt	16 mm	3 mm	31 mm
460 Volt	16 „	3 „	31 „

Die Belichtungszeiten sind hier so getroffen, daß alle drei Linien in beiden Fällen genau mit

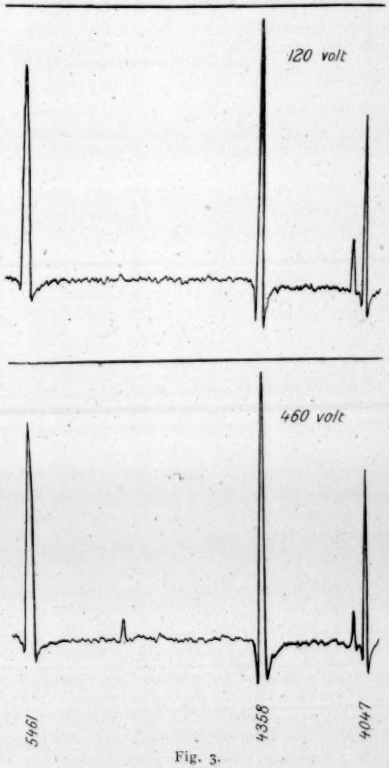


Fig. 3.

derselben Schwärzung herauskommen. Zur Deutung dieser zwei Diagramme ist es deshalb nicht nötig die Schwärzungskurve zu verwenden.

Diese Diagramme zeigen, daß die Intensitätsverhältnisse im Triplett bei der Spannungsänderung unverändert geblieben sind.

Fig. 4 zeigt zwei Diagramme, von welchen das obere bei 37°, das untere bei 83° aufgenommen ist. Die entsprechenden Sättigungdrucke des Quecksilbers betragen 0,0043 bzw. 0,11 mm,

Fig. 4.

oder der Druck ist geändert etwa im Verhältnis 25 : 1.

Die Abstände (D) von der Basislinie zur Kurvenspitze sind in der Tabelle gegeben.

		Spannung 460 Volt		
		$\lambda = 5461$	$\lambda = 4358$	$\lambda = 4047$
37°	D	40,5 mm	9,5 mm	49,5 mm
	Intensität	4,9	24,4	3,9
83°	D	37 mm	11,5 mm	48,5 mm
	Intensität	5,8	18,4	3,3

Man sieht hieraus, daß während die zwei äußeren Linien in dem unteren Spektrogramm (Fig. 4) die größte Schwärzung aufweisen, die mittlere Linie relativ schwächer ist. Es ist also auch hier unnötig die Schwärzungskurve zu verwenden, um qualitativ festzustellen, daß sich die Intensitätsverhältnisse im Triplett durch die Temperatursteigerung geändert haben. Eine Schätzung über die Größe der Änderungen kann man mit Hilfe der Schwärzungskurven ausführen, und man findet die in der Tabelle angegebenen relativen Intensitäten.

Die relative Intensitätsverschiebung läßt sich am besten dadurch ausdrücken, daß man das Verhältnis der Intensitäten von zwei Linien bei einer Temperatur mit dem Verhältnis derselben Linien bei der zweiten Temperatur dividiert.

Bezeichnen wir die Linien der Reihe nach mist g, b und v, hat man:

$$\frac{(J_g/J_b)_{83°}}{(J_g/J_b)_{37°}} = 1{,}56, \quad \frac{(J_g/J_v)_{83°}}{(J_g/J_v)_{37°}} = 1{,}08.$$

Wenn keine Verschiebung der Intensitätsverteilung stattgefunden hätte, würde man den Wert 1 für die Doppelverhältnisse bekommen haben.

Diese Untersuchung ist in dem Physikalischen Institut der Universität in Oslo ausgeführt unter Anleitung von Herrn Professor Vegard; für die wertvolle Hilfe, die er mir während dieser Arbeit geleistet hat, möchte ich hierdurch meinen besten Dank aussprechen.

Anhang.

Bemerkungen zu der Arbeit von S. Eskeland.

Von L. Vegard.

Die Untersuchung über die Intensitätsverteilung des Quecksilbertripletts hat besonderes Interesse dadurch, daß man es hier mit Übergängen von demselben Anfangsniveau zu den $3p$-Niveaus des Quecksilbers zu tun hat. In erster Linie ist die relative Intensität der drei Linien durch die relative Wahrscheinlichkeit der Übergänge vom Anfangsniveau zu den drei p-Niveaus bestimmt. Es entsteht nun die Frage, ob diese Wahrscheinlichkeit nur eine innere Eigenschaft des Atoms ist, oder ob sie durch Erregungsbedingungen oder vorhandene Kräfte beeinflußt wird.

Die Arbeit von Herrn Eskeland hat den Zweck, einen Beitrag zu der Lösung dieser Frage zu liefern. Im voraus wäre wohl zu erwarten, daß die Wahrscheinlichkeit und damit die Intensitätsverteilung nicht von der Geschwindigkeit der Anregungsstrahlen abhängen, denn die Anregung bewirkt ja nur, daß das Elektron zu der stationärbahn des Anfangsniveaus gehoben wird, und die weitere Geschichte des Rekombinationsprozesses wird kaum von der Vorgeschichte der Erregung abhängen können, wenn nur der Rekombinationsprozeß in demselben System stattfindet. Dagegen wäre es wohl denkbar, daß die relative Wahrscheinlichkeit von dem Drucke des Quecksilberdampfes oder auch vielleicht von dem Vorhandensein anderer Gase beein-

fluß sein könnte. In diesem Falle nämlich ändern sich die Umstände, unter welchen der Rekombinationsprozeß vor sich geht. Durch Erhöhung des Druckes wird erstens die Stoßzahl vergrößert und zweitens wird ein emittierendes Atom der Wirkung der Kraftfelder anderer Atome ausgesetzt.

Die Versuche deuten auch mit Bestimmtheit darauf hin, daß ein derartiger Druckeffekt vorhanden ist. Wenigstens tritt eine bedeutende Wirkung ein, wenn die umgebenden Atome von derselben Art wie die emittierenden Atome sind.

In bezug auf die Deutung der Ergebnisse des Herrn Eskeland muß man allerdings beachten, daß der Druckeffekt der Intensitätsverteilung im Quecksilbertriplett sich auf das Licht bezieht, das aus dem Entladungsrohr herausgeht, und es ist möglich, daß eine merkliche Absorption der Linien im angeregten Quecksilberdampf stattfindet. Wären nun die Linien in verschiedenem Maß absorbiert, würde dadurch eine Intensitätsverschiebung in dem beobachteten Licht entstehen. Ob ein derartiger Absorptionseffekt die gefundene Intensitätsverschiebung erklären kann, läßt sich aus den Versuchen von Eskeland nicht entnehmen.

Versuche, welche den Zweck haben, die Wirkung der Absorption festzustellen, sind in meinem Institut in Vorbereitung. Weiter werden wir auch den möglichen Einfluß der Beimischung fremder Gase untersuchen.

Bis jetzt haben die Versuche von Eskeland festgestellt, daß man die Intensitätsverteilung des betrachteten Quecksilbertripletts nicht als invariant ansehen darf. Die Anwendung dieses Tripletts als ein Intensitätsnormal im Spektrum ist deshalb nicht ohne weiteres erlaubt. Jedenfalls muß man den physikalischen Zustand der Lichtquelle genau definieren.

Oslo, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 6. Dezember 1926.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Bericht über die Entwicklung der Röntgenspektroskopie während der Jahre 1921—1925.

Von Axel E. Lindh.

(Schluß mit Tafel I.)

VII. Experimentelle Untersuchungen über die Erregungsbedingungen der Funkenlinien in den Röntgenspektren.

Außer den Röntgenlinien, die sich in das Niveauschema einordnen lassen, gibt es in den Röntgenspektren mehrere schwächere Linien, die in zwei Klassen eingeteilt werden können. Als Linien der ersten Klasse können wir die Linien betrachten, die im Widerspruch zum Auswahlprinzip sich durch Kombination zweier Niveaus darstellen lassen. Die zweite Klasse besteht aus solchen Linien, die im Gegensatz zu den vorigen überhaupt nicht durch Kombinationen dargestellt werden können.

Die Linien der letzterwähnten Art treten als Satelliten der Hauptlinien in den verschiedenen Serien auf. In der K-Reihe sind sie zum erstenmal von Siegbahn und Stenström im langwelligen Gebiet entdeckt. Die Anzahl dieser Linien in der K-Reihe ist durch die Untersuchungen von Hjalmar und ferner von Siegbahn und Dolejšek bedeutend erweitert worden, wie aus den Tabellen (S. 50) hervorging. In der L-Reihe hat Siegbahn zuerst bei einer Untersuchung der $L\alpha$-Linien von *Sn*, *Ag* und *Mo* auf die komplizierte Struktur dieser Linien hingewiesen. Bei seinen umfassenden Untersuchungen über die L-Reihe hat Coster diesen Satelliten eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet und dieselben zum Gegenstand einer eingehenden Untersuchung gemacht. Schon in der ersten Mitteilung über die Entdeckung der M-Reihe hat Siegbahn auch die Beobachtung gemacht, daß die stärkste Linie (α) eine komplizierte Struktur hat. Das Vorkommen dieser Satelliten in der M-Reihe wurde durch die Untersuchungen von Stenström und Hjalmar bestätigt. Besonders Hjalmar hat diese Linien einer eingehenden Untersuchung unterworfen. Wentzel hat die theoretische Erklärung für das Entstehen dieser Linien gegeben. Nach dieser Theorie werden die Linien von zwei- oder mehrfach ionisierten Atomen emittiert, im Gegensatz zu den Linien des regulären Schemas, die von einfach ionisierten Atomen emittiert werden. Da die Erregungsbedingungen dieser Satelliten gewisse Ähnlichkeiten mit den Bedingungen für das Zustandekommen der Funkenlinien in den optischen Spektren haben, nennt Wentzel diese Linien Funkenlinien. Von Sommerfeld wurde für diese Linien die Nomenklatur Funkenlinien erster, zweiter . . . . . Art

vorgeschlagen, je nachdem die Emission von zweifach, dreifach . . . . . ionisierten Atomen ausgeht. Eine andere Nomenklatur ist von Bohr und Coster benutzt. Sie unterscheiden zwischen Röntgenspektren erster, zweiter . . . . . Art je nachdem ein, zwei . . . . . Elektronen weggeschleudert werden. Die Funkenlinien sind somit Röntgenspektren zweiter, dritter . . . . . Art.

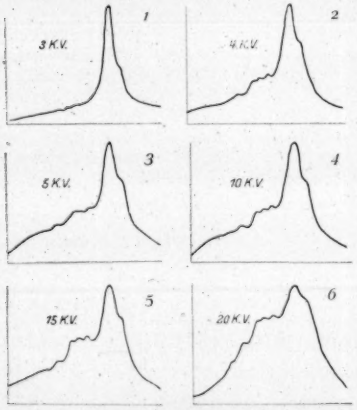


Fig. 35a.

Von Coster und Hjalmar wurden Versuche gemacht, um nachzuweisen, daß diese Satelliten in der L- bzw. M-Reihe wirklich einer mehrfachen Ionisation der Atome zugeschrieben werden können. Aus diesen Untersuchungen konnten aber wegen der Inkonstanz der Hochspannungsquelle keine bestimmten Schlußfolgerungen gezogen werden. Siegbahn und Larsson haben neulich die Resultate einer Untersuchung der Struktur der $L\alpha_1$-Linie von Molybdän veröffentlicht, Resultate, die sehr interessante Schlußfolgerungen erlauben. Die Untersuchungen wurden unter Benutzung einer Gleich-Hochspannungsquelle gemacht. Zur Erläuterung der Ergebnisse geben wir die Photometerkurven der mit den verschiedenen Spannungen erhaltenen Linienbilder in Fig. 35a und b wieder. Berechnet man die für die Erregung der L-Reihe von Molybdän nötige Spannung, so findet man einen Wert von etwa 2900 Volt. Fig. 35a1 zeigt das Aussehen des erhaltenen Linienbildes unter Benutzung einer Spannung von 3000 Volt, die also gerade hinreichend ist, um die L-Reihe zu erregen. Hier ist das Schwärzungsgebiet an der kurzwelligen Seite der α_1-Linie vollständig verschwunden; nur die α_1- und α_2-Linien treten hier auf. In Fig. 35a2 ist die Spannung um 1000 Volt gesteigert, und wie man sieht, beginnt hier an der kurzwelligen Seite ein Linienbild zu erscheinen. Bei noch mehr erhöhten Spannungen, 5, 10, 15 und 20 Kilovolt, werden die Satelliten noch stärker ausgeprägt. Es kann also außer Zweifel gestellt werden, daß die erwähnten Linien Funkenlinien sind. Wie aus der Fig. 35b1 hervorgeht, lassen sich die Linienbilder an der kurzwelligen Seite, die man für die Spannungen 4 bis 10 Kilovolt erhielt, neben der α_1- und α_2-Linien in vier Satelliten auflösen. Die Lage dieser Satelliten ist in sämtlichen Aufnahmen Fig. 35b dieselbe. Unter Benutzung von Spannungen von 20 bis 40 Kilovolt kommt aber eine fünfte Linie zum Vorschein. Wie Siegbahn und Larsson hervorgehoben haben, könnte man erwarten, daß beim Passieren der K-Erregungsgrenze neue Satelliten erscheinen sollten. Diese fünfte Linie tritt nun bei einer Spannung auf, die gerade hinreichend ist, um ein K-Elektron aus dem Atom zu entfernen. Die Energie ist aber nicht hinreichend, um gleichzeitig mit dem K-Elektron ein L-Elektron zu entfernen. Berechnet man die K-Er-

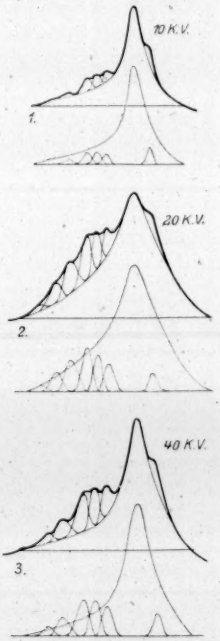


Fig. 35b.

regungsspannung, so ergibt sich 19,5 Kilovolt, und da die Erregungsspannung der L-Reihe ungefähr 2,9 Kilovolt ist, sollte also eine Spannung von mehr als 22,2 Kilovolt nötig sein, um gleichzeitig ein K- und ein L-Elektron aus dem Atom zu entfernen. Siegbahn und Larsson heben auch hervor, daß die Satelliten, da sie schon bei geringer Überschreitung der Erregungsspannung erscheinen, einem Erregungszustand des Atoms entsprechen, wo außer der L-Gruppe auch eine höhere (M- oder N-Niveau) wenigstens ein Elektron verliert. Bei Verwendung doppelter Spannung kommen keine neuen Satelliten zum Vorschein, was gegen die theoretische Annahme spricht, daß zwei Elektronen von derselben Gruppe entfernt werden. Die Wellenlängen der Satelliten sind in der Tabelle XXXV zusammengestellt. Bei der mit 6 bezeichneten Linie steht die Bemerkung, daß die Existenz dieser Linie zweifelhaft ist.

Tabelle XXXV.

	Linie	λ in XE.	ν/R	Anmerkung
	α_2	5402,5	168,67	
	α_1	5394,3	168,93	
Satelliten	1	5379,2	169,41	
	2	5374,3	169,60	von 4 KV. ab
	3	5369,1	169,72	
	4	5360,0	170,01	von 4 KV. ab
	5	5351,1	170,29	erst von 20 KV. ab
	6	5342,6	170,57	zweifelhaft

Tabelle XXXVI.

Spannung in KV.	Stromstärke in MA.	Expon.-Zeit in Std.	Linien
$3{,}20 \pm 0{,}05$	70	1,5	$\alpha_{1,2}, \alpha', \alpha_3, \alpha_4$
$2{,}90 \pm 0.05$	100	1	$\alpha_{1,2}, \alpha_3, \alpha_4$
$4{,}00 \pm 0.05$	70	1	$\alpha_{1,2}, \alpha', \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$
$3{,}10 \pm 0.05$	80	1	$\alpha_{1,2}, \alpha', \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$

Bäcklin hat in Siegbahns Laboratorium eine ähnliche Untersuchung über die Satelliten α', α_3, α_4, α_5 und α_6 der K-Reihe von Aluminium gemacht. Nach der Wentzelschen Theorie sollte für die Erregung von α_3 und α_4 ein Minimipotential von etwa 1,62 Kilovolt für die α_3-Linie und 3,10 Kilovolt für eine gleichzeitige Erregung der beiden erforderlich sein. Die Ergebnisse der Bäcklinschen Untersuchungen sind in der vorstehenden Tabelle XXXVI zusammengestellt. Wie man hieraus ersieht, erscheint die α_4-Linie bereits bei einer Spannung, die niedriger ist als die berechnete Minimispannung, und noch eigentümlicher ist es, daß die α_5-Linie und α_6-Linie auch bei dieser Spannung auftreten. Nach Bäcklin zeigt auch diese Untersuchung, daß es sehr unwahrscheinlich ist, daß zwei Elektronen von derselben Elektronengruppe entfernt werden.

VIII. Intensitätsmessungen in den Röntgenspektren.

Während der letzten Jahre ist die Aufmerksamkeit immer mehr auf die Intensitätsverhältnisse gelenkt und dies hauptsächlich aus zwei Gründen. Wie bekannt, haben Ornstein, Burger und Dorgelo durch ihre Untersuchungen auf dem optischen Spektralgebiet gefunden, daß die Intensitätsverhältnisse der Komponenten einer Mehrfachlinie in ganzen Zahlen ausgedrückt werden können, und diese Verhältnisse durch die verschiedenen hauptsächlich von Burger und Dorgelo gegebenen Regeln in Beziehung zu den inneren Quantenzahlen gesetzt. Die Resultate dieser Untersuchungen haben Sommerfeld und Coster und Goudsmit auf das Röntgengebiet übertragen und die theoretischen Werte dieser Intensitätsverhältnisse berechnet, welche für die weitere Fortführung der Theorie einer experimentellen Prüfung bedürfen. Ferner ist die Kenntnis dieser Intensitätsverhältnisse deshalb von größter Bedeutung, weil man, wie Stoner gezeigt hat, hierdurch Schlußfolgerungen über die Verteilung der Elektronen in den verschiedenen Elektronenbahnen ziehen kann.

In der K-Reihe hat Wooten das Verhältnis der Intensität der α- und β-Gruppe bei Mo und Pd bestimmt und hat folgende Werte bekommen:

	α/β
Mo	5,55
Pd	6,25

Owen hat dagegen für Pd den Wert 1,90 gefunden. Unnewehr hat dasselbe Verhältnis für die Elemente 24 Cr, 29 Cu, 45 Rh und 47 Ag untersucht und hat dabei die korrigierten Werte bekommen:

	α/β
24 Cr	7,36
29 Cu	6,53
45 Rh	4,75
47 Ag	4,65

Genauere Messungen in der K-Reihe sind von Duane und Stenström, Duane und Patterson, Siegbahn und Žáček und weiter von Allison und Armstrong ausgeführt worden. Sämtliche Messungen, einschließlich der oben erwähnten von Wooten, Owen und Unnewehr sind mit Ausnahme der Messungen von Siegbahn und Žáček mit der Ionisationsmethode ausgeführt.

Die Messungen von Duane und Stenström umfassen die Linien α_3, α_2, α_1, β_1 und β_2 von Wolfram. Als Werte der Intensitäten der verschiedenen Linien im Verhältnis zu derjenigen der α_1-Linie, gleich 100 gesetzt, ergaben sich:

Linie:	α_3	α_2	α_1	β_1	β_2
Intensität:	4	50	100	35	15

Duane und Patterson haben für die Intensitätsverhältnisse der Linien α_1, α_2 und β von Molybdän gefunden:

$$\alpha_1/\alpha_2 = 1{,}93 \quad \text{II. Ordnung}$$
$$\beta_1/\beta_2 = 6{,}3 \quad \text{I. Ordnung}$$
$$\beta_1/\beta_2 = 5{,}5 \quad \text{II. Ordnung.}$$

Unter Benutzung einer photographischen Methode und mit Verwendung zweier verschiedener Photometer zur Bestimmung der Intensitäten haben Siegbahn und Žáček die folgenden Resultate für die relative Intensität der angeführten Linien bekommen; die Intensität der α_1-Linie wird gleich 100 gesetzt:

Cu		*Zn*		*Fe*
α_2	β_1	α_2	β_1	α_2
48	24	50	29	51
48	24	53		47
50	28	51		52
55		47		50
56		46		51
49		47		49
51		50		49
51		47		
52				
52				
Mittel: 51,2	25	50,0	29	49,9

Die neuesten Messungen mit der Ionisationsmethode sind die von Allison und Armstrong. Im Gegensatz zu der früheren von Duane und seinen Mitarbeitern benutzten Methode, die Intensität der Linien proportional der Spitze der Ionisationskurve über der als Basislinie benutzten Kurve der kontinuierlichen Schwärzung beiderseits der Spitze anzunehmen, betrachten Allison und Armstrong die unter der Spitze liegende und unten von der kontinuierlichen Schwärzungskurve begrenzte Fläche als proportional der Intensität der Linien. Diese Methode wird von Allison und Armstrong doch nicht in jedem Fall benutzt.

Durch Separieren der β_1- und β_3-Linien von Molybdän in der vierten und fünften Ordnung erhalten sie als Wert der relativen Intensität dieser Linien:

$$\beta_1 : \beta_3 = 2{,}1 : 1, \qquad \beta_1 : \beta_3 = 2 : 1.$$

Die Theorie fordert

$$\beta_1 : \beta_3 = 2 : 1.$$

Für die Linien β_1 und β_2 desselben Elements ergab sich

$$\beta_1 : \beta_2 = 7{,}7 : 1.$$

Weiter ist von denselben Forschern die relative Intensität der β_1- und β_2-Linien von Kupfer bestimmt worden, wobei die folgenden Werte erhalten wurden

$$\beta_1 : \beta_2 = 100 : 2{,}7, \qquad \beta_1 : \beta_2 = 100 : 2{,}2.$$

Diese Resultate sind durch Messung des Abstandes Spitze — Basislinie gefunden. Macht man einen Vergleich zwischen den Intensitätsverhältnissen dieser beiden Linien, wie sie für Wolfram, Molybdän und Kupfer bestimmt worden sind, so geht aus der Zusammenstellung:

Wolfram . . . . . $\beta_1 : \beta_2 = 35 : 15 = 2{,}3$
Molybdän . . . . $\beta_1 : \beta_2 = 7{,}7 : 1$
Kupfer . . . . . $\beta_1 : \beta_2 = 100 : 2{,}45 = 41$

hervor, daß die Intensität der β_2-Linie mit abnehmender Ordnungszahl der Elemente kleiner wird. Diese Verhältnisse der β-Linien sind schon 1916 von Wagner und Siegbahn und Stenström hervorgehoben. Nach Allison und Armstrong geben wir in Fig. 36 eine Darstellung der Intensitätsverhältnisse der beiden Linien wieder:

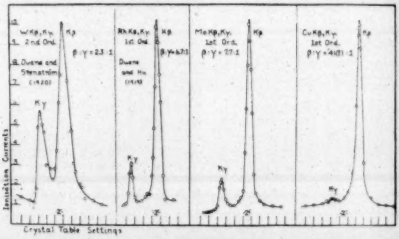


Fig. 36.

Die Intensitätsmessungen in der L-Reihe sind bis jetzt auf das Element Wolfram beschränkt. Von Duane und Patterson liegen eine Reihe von Messungen vor, die unten zusammengestellt worden sind:

$$\alpha_1 : \alpha_2 = 10 : 1,$$
$$\beta_2 : \beta_5 = 116 : 1,$$
$$\beta_1 : \beta_2 : \beta_3 : \beta_4 = 100 : 55 : 16 : 9,$$
$$\gamma_1 : \gamma_2 : \gamma_3 : \gamma_4 = 100 : 14 : 18 : 6.$$

Betreffs dieser Werte muß bemerkt werden, daß das Intensitätsverhältnis der beiden Linien β_2 und β_5 nur als eine obere Grenze betrachtet werden kann, weil die Absorptionsgrenze L_{III} zwischen die beiden Linien fällt, und zwar näher der β_5-Linie als der β_2-Linie und keine Korrektion für diese Absorption angebracht worden ist. Die Werte von der relativen Intensität der Linien γ_1, γ_2, γ_3 und γ_4 sind auch nicht für Absorption usw. korrigiert worden. Die Linien liegen einander aber so nahe, daß die Korrektion hier sehr klein sein muß.

Die Messungen von Allison und Armstrong

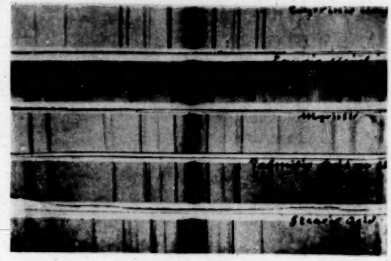


Fig. 30.

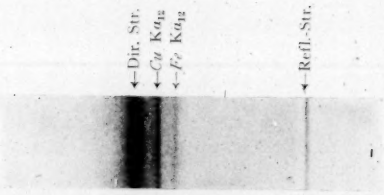


Fig. 34.

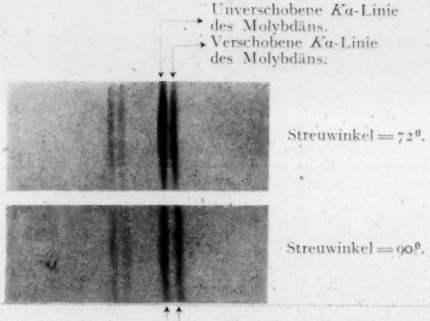


Fig. 45.

umfassen eine größere Anzahl von den L-Linien des Wolframs.

Betrachten wir zuerst die relative Intensität der beiden α-Linien, so haben Duane und Patterson hier den Wert 10 : 1 gefunden, weil der theoretische Wert gleich 9 : 1 ist. Aus drei verschiedenen Messungen erhalten Allison und Armstrong die Werte:

$$\alpha_1 : \alpha_2 = 10{,}3 : 1$$
$$\alpha_1 : \alpha_2 = 10{,}7 : 1$$
$$\alpha_1 : \alpha_2 = 9{,}1 : 1$$

Mittel: $\alpha_1 : \alpha_2 = 10 : 1$

Von den β-Linien des Wolframs sind die relative Intensität der folgenden Linien bestimmt: β_1, β_2, β_3, β_4, β_5, β_6, β_7, β_9 und β_{10}.

Unten wird eine Zusammenstellung der verschiedenen Messungen gegeben:

β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_9	β_{10}
(100)	51	16	8	—	2			
(100)	49	15	8	—	2			
(100)	48	14	7	—	2			
—	(49,3)	—	—	0,5	—	—	0,6	0,3
—	(49,3)	—	—	0,6	—	0,6	0,6	0,6
—	(49,3)	—	—	0,3	—	0,2	0,9	0,9
—	(49,3)	—	—	—	—	—	0,6	—
Mittelwert: 100	49,3	15,0	7,7	0,47	2,0	0,4	0,68	0,60

Betreffs der Linie β_2 muß bemerkt werden, daß der Satellit β_{15} nicht von dieser Linie separiert worden ist.

Bei den schwachen Linien β_5, β_7, β_9 und β_{10} haben Allison und Armstrong die Bemerkung gemacht, daß die relative Intensität dieser Linien, auf mehreren Umständen beruhend, nicht zuverlässig ist.

Die Messungen von Allison und Armstrong umfassen weiter von den L-Linien des Wolframs die folgenden γ-Linien:

$$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6, \gamma_8.$$

Die hier gefundenen Resultate sind unten zusammengestellt:

γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_8
(100)	14	24	—	—	3	1
(100)	14	22	—	3	1	1
(100)	14	21	7	—	3	—
(100)	—	—	7	3	—	—
Mittelw.: 100	14,0	22,3	7,0	3,0	2,3	1 (?)

Die Bestimmung der Intensität von γ_6 wurde durch die Nähe der Absorptionsgrenze L_{II} sehr kompliziert. Für die beiden Linien γ_3 und γ_2 ist der theoretische Wert 2, während Allison und Armstrong 1,59 gefunden haben und Duane und Patterson 1,29. Diese Abweichung von dem theoretischen Wert erklären Allison und Armstrong als eine Ausnahme der auf das Röntgengebiet übertragenen Regeln von Burger und Dorgelo.

IX. ν/R Werte der Energieniveaus.

Als eine Ergänzung der mitgeteilten Meßresultate sind in der Tabelle XXXVII die ν/R-Werte der Energieniveaus wiedergegeben. Da für diese in der Literatur drei verschiedene Bezeichnungsweisen vorkommen, geben wir unten auch eine Zusammenstellung von diesen, ohne jedoch auf die theoretische Begründung derselben einzugehen. In dieser Hinsicht, sowie auch was die Theorie der Röntgenspektren betrifft, muß auf die speziellen Arbeiten hingewiesen werden, vor allem auf Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien[1]), weiter auf die neueren Arbeiten von Sommerfeld, Siegbahn, Landé, Bohr, Coster und Goudsmit u. a.

Bezeichnungen der Energieniveaus.

Frühere Bezeichnung	Bohr	Sommerfeld
K	K	K
L_2	L_{I}	L_{11}
L_2	L_{II}	L_{21}
L_1	L_{III}	L_{22}
M_5	M_{I}	M_{11}
M_4	M_{II}	M_{21}
M_3	M_{III}	M_{22}
M_2	M_{IV}	M_{32}
M_1	M_{V}	M_{33}
N_7	N_{I}	N_{11}
N_6	N_{II}	N_{21}
N_5	N_{III}	N_{22}
N_4	N_{IV}	N_{32}
N_3	N_{V}	N_{33}
N_2	N_{VI}	N_{43}
N_1	N_{VII}	N_{44}
O_5	O_{I}	O_{11}
O_4	O_{II}	O_{21}
O_3	O_{III}	O_{22}
O_2	O_{IV}	O_{32}
O_1	O_{V}	O_{33}
P_3	P_{I}	P_{11}
P_2	P_{II}	P_{21}
P_1	P_{III}	P_{22}

1) 4. Auflage, 1924.

Tabelle XXXVII.

Element Nr.		K	L_I	L_{II}	L_{III}	M_I	M_{II}	M_{III}	M_{IV}	M_V
92	*U*	8477,0	1603,5	1543,1	1264,3	408,9	382,1	317,2	274,0	261,0
90	*Th*	8073,5	1509,7	1451,5	1200,0	381,6	354,4	298,0	256,6	244,9
83	*Bi*	6646,7	1207,9	1159,4	990,0	295,9	273,6	234,0	199,4	191,4
82	*Pb*	6463,0	1169,3	1121,9	960,5	285,8	262,3	226,0	190,5	183,0
81	*Tl*	6289,0	1132,4	1084,2	933,2	273,9	253,8	219,2	184,8	176,8
80	*Hg*	6115,9	1094,6	1048,6	906,1	—	—	—	—	—
79	*Au*	5940,4	1060,2	1014,4	878,5	252,9	235,1	202,8	169,3	163,0
78	*Pt*	5764,0	1026,8	978,7	852,0	243,4	227,3	198,0	162,3	156,4
74	*W*	5113,8	893,0	850,6	752,1	208,1	191,3	169,8	138,3	133,7
73	*Ta*	—	862,2	820,8	728,0	199,5	183,2	162,0	132,2	127,8
72	*Hf*	—	830,7	791,4	704,6	191,9	174,8	155,5	126,8	122,7
71	*Lu*	—	802,6	762,9	681,2	185,8	168,6	150,9	120,9	117,2
70	*Yb*	—	774,6	735,4	659,2	177,1	162,2	145,8	116,4	112,8
69	*Tm*	—	746,8	708,6	637,3	170,3	155,5	140,2	111,7	108,4
68	*Er*	—	719,6	682,6	615,9	163,6	148,8	134,7	107,2	104,0
67	*Ho*	4115,9	693,2	657,1	594,7	157,1	142,7	129,3	102,7	99,8
66	*Dy*	3972,5	667,7	632,2	574,2	151,2	136,9	124,5	98,5	95,8
65	*Tb*	—	642,6	608,3	553,9	145,0	131,0	119,6	94,2	91,6
64	*Gd*	3711,9	618,2	584,0	535,9	139,0	125,5	115,0	90,0	87,7
63	*Eu*	3583,4	594,3	561,5	514,4	133,1	120,2	110,3	86,0	83,8
62	*Sm*	3457,0	571,2	538,9	495,0	127,2	114,7	105,8	81,9	79,9
60	*Nd*	3214,2	526,2	495,5	457,8	116,5	104,8	96,8	74,2	72,5
59	*Pr*	3093,3	504,3	474,6	439,6	111,6	99,3	92,4	70,3	68,9
58	*Ce*	2972,2	483,5	454,1	421,9	106,2	94,6	88,1	66,7	65,4
57	*La*	—	462,9	434,2	404,4	100,7	90,0	84,0	62,9	61,7
56	*Ba*	2756,4	441,0	414,3	386,7	95,4	84,6	79,0	58,8	57,6
55	*Cs*	2640,1	421,8	394,9	369,3	89,8	79,3	74,4	54,6	53,6
53	*J*	2448,3	382,6	357,6	336,0	79,3	69,0	64,9	46,8	45,9
52	*Te*	2345,0	364,1	340,3	320,1	74,5	64,4	60,5	43,2	42,4
51	*Sb*	2241,7	346,1	323,9	305,3	70,4	60,0	56,4	40,4	39,7
50	*Sn*	—	329,4	308,2	289,5	65,3	56,2	53,1	36,5	35,9
49	*In*	2057,2	312,0	289,3	274,0	60,1	51,8	48,8	32,4	31,9
48	*Cd*	1967,6	296,9	274,7	260,6	57,0	48,8	46,1	30,3	29,8
47	*Ag*	1879,7	282,0	260,1	247,2	53,4	46,0	43,9	27,8	27,4
46	*Pd*	1794,0	267,1	245,7	234,1	49,7	42,9	40,7	25,4	25,0
45	*Rh*	1709,6	251,5	231,2	220,7	45,6	38,5	36,6	22,4	22,1
42	*Mo*	1473,4	212,1	193,7	185,9	37,0	31,4	29,8	17,2	17,0
41	*Nb*	1398,5	199,2	181,6	174,6	34,5	28,3	27,1	15,2	15,0
40	*Zr*	1325,7	187,0	170,0	163,8	31,8	25,8	24,8	—	13,4
38	*Sr*	1186,0	163,5	147,6	142,6	26,2	20,8	20,0	—	9,5
37	*Rb*	1119,4	152,1	137,1	132,7	23,6	18,1	17,5	—	7,9
35	*Br*	902,57	—	117,69	114,29	—	—	13,60	—	5,24
34	*Se*	932,02	—	108,37	105,40	—	—	11,78	—	3,82
33	*As*	874,01	—	100,02	97,42	—	—	10,40	—	3,00
30	*Zn*	711,43	—	76,81	75,14	—	—	6,47	—	0,58
29	*Cu*	661,47	—	70,11	68,69	—	—	5,54	—	0,22
28	*Ni*	612,0	—	62,6	61,3	—	3,3	—	—	—
27	*Co*	568,9	—	59,7	58,5	—	5,3	—	—	—
26	*Fe*	523,8	—	53,2	52,2	—	4,0	—	—	—
25	*Mn*	482,4	—	48,7	47,9	—	4,2	—	—	—
24	*Cr*	441,1	—	43,0	42,3	—	3,5	—	—	—
23	*Va*	402,3	—	38,2	37,6	—	2,6	—	—	—
22	*Ti*	365,4	—	32,6	32,2	—	2,2	—	—	—
21	*Sc*	331,2	—	30,3	30,0	—	2,7	—	—	—
20	*Ca*	297,5	—	25,9	25,6	—	2,0	—	—	—
19	*K*	265,3	—	21,4	21,2	—	0,9	—	—	—
17	*Cl*	207,8	—	14,8	14,7	—	0,4	—	—	—
16	*S*	181,8	—	11,8		—	0,3	—	—	—
15	*P*	158,5	—	9,9		—	0,8	—	—	—
13	*Al*	114,7	—	5,2		—	0	—	—	—
12	*Mg*	95,8	—	3,5		—	—	—	—	—

X. Die Abhängigkeit der Röntgenspektren von der chemischen Bindung.

Die allgemeine Auffassung der Röntgenspektren war bis vor einigen Jahren, daß diese eine rein atomistische Eigenschaft des emittierenden bzw. absorbierenden Atoms darstellten. Dies sollte also bedeuten, daß, wenn man als emittierende bzw. absorbierende Substanz entweder das freie Element oder das Element in chemischer Verbindung mit anderen Elementen oder schließlich, im Falle von Allotropie, eine der verschiedenen Modifikationen benutzt, das

ν/R-Werte der Energieniveaus.

N_I	N_{II}	N_{III}	N_{IV}	N_V	N_{VI}	N_{VII}	O_I	$O_{II, III}$	$O_{IV, V}$
106,6	95,7	77,1	56,3	53,6	28,4	27,6	26,2	15,4	5,8
97,8	—	—	51,2	48,7	24,8	24,1	—	—	5,7
71,0	58,7	50,3	35,7	33,7	13,6	13,0	—	11,0	2,0
66,0	55,4	49,3	32,2	30,5	10,8	10,3	10,3	6,4	0,8
63,7	53,6	44,9	30,6	29,0	10,0	9,6	10,6	7,4	1,7
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
58,0	49,1	42,8	26,4	25,0	0,4		7,8	8,3	0,8
52,5	48,7	42,3	24,5	23,2	5,2		7,1	8,6	0,4
44,1	38,0	33,0	18,8	18,4	2,9	2,8	5,7	5,2	—
41,2	35,3	30,9	17,8	16,6	2,2	2,2	4,7	4,4	—
40,0	32,2	28,2	16,8	16,3	1,7	1,6	5,6	3,0	—
36,9	32,5	28,7	16,1	14,7	1,0	0,7	4,2	4,0	—
36,2	31,0	27,5	14,9	14,2	0,9	0,6	—	3,6	—
34,4	30,0	26,6	14,5	13,2	0,9	0,4	—	3,8	—
33,1	28,4	24,9	13,7	12,6	0,9	0,3	3,9	3,9	—
31,8	26,9	23,8	12,8	12,0	0,8	0,2	—	2,7	—
31,0	26,1	23,2	12,2	11,6	0,8	—	3,1	3,2	—
29,4	24,3	22,0	11,4	11,1	—	—	3,5	2,6	—
28,6	23,0	21,0	11,0	10,8	—	—	4,0	3,3	—
27,2	22,6	20,4	10,7	10,4	—	—	3,6	2,9	—
25,9	20,9	19,5	10,0	9,8	—	—	3,1	2,8	—
25,7	19,2	17,8	9,2	9,2	—	—	3,1	2,7	—
22,7	18,3	16,9	8,9	8,7	—	—	3,1	2,3	—
21,7	17,4	16,2	8,4	8,5	—	—	3,2	2,1	—
20,5	16,5	15,4	7,8	7,8	—	—	3,0	2,3	—
18,8	14,9	14,0	6,9	6,9	—	—	3,1	2,0	—
17,1	13,6	12,6	6,0	5,7	—	—	1,9	1,7	—
14,0	9,4		4,1	4,1	—	—	—	0,7	—
12,7	8,9		3,6	3,2	—	—	—	0,5	—
12,1	7,2		3,3	3,2	—	—	—	0,1	—
10,2	7,1		2,0	1,9	—	—	0,2	0,6	—
8,2	5,5	5,2	0,5	0,4	—	—	—	—	—
8,0	5,9	5,3	0,9	0,7	—	—	—	—	—
7,3	5,8	4,9	0,8	0,5	—	—	—	—	—
6,7	5,3	5,0	0,5	0,5	—	—	—	—	—
5,3	3,7	3,5	—	—	—	—	—	—	—
4,6	3,2	2,9	0,3	0,3	—	—	—	—	—
4,1	2,9	2,0	0,2	0,2	—	—	—	—	—
3,7	2,6	1,9	0,4	0,3	—	—	—	—	—
2,5	1,6	1,3	—	—	—	—	—	—	—
1,9	0,9	1,1	—	—	—	—	—	—	—
—	—	0,19	—	—	—	—	—	—	—
—	—	0,17	—	—	—	—	—	—	—
—	—	0,23	—	—	—	—	—	—	—
—	—	0,17	—	—	—	—	—	—	—
—	—	0,16	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Spektrum des Elements denselben Charakter besitzen sollte. Die röntgenspektroskopischen Untersuchungen der letzten Jahre haben aber gezeigt, daß diese Auffassung korrigiert werden muß und dies besonders für die Röntgenspektren der Elemente von niedrigen Ordnungszahlen, wo die Spektren von der chemischen Bindung des Atoms in hohem Grade abhängig sind. Da diese Einflüsse der chemischen Bindung zuerst bei den Absorptionsspektren gefunden sind, fangen wir die Darstellung mit den Untersuchungen auf diesem Gebiet an.

Tabelle XXXVIII. λ in XE.

	Substanz	$K_1 : \lambda$	$K_2 : \lambda$	$L_1 : \Delta\lambda$	$L_2 : \Delta\lambda$
	Cl_2	4393,8	4381,6	7,5	—
Einwertige Verbindungen	HCl	4385,3	—	—	—
	H_4NCl	4382,1	4360,1	10,8	—
	$LiCl$	4382,9	4359,6	12,4	—
	$NaCl$	4383,3	4359,2	10,8	—
	KCl	4382,9	—	10,8	—
	$CaCl_2$	4382,1	—	11,3	—
	$CuCl_2 + 2\,H_2O$	4383,3	—	11,3	—
	$SrCl_2 + 6\,H_2O$	4383,3	—	11,3	—
	$CdCl_2 + 2\,H_2O$	4383,7	4360,9	11,3	—
	$CsCl$	4382,9	—	—	—
	$BaCl_2 + 2\,H_2O$	4382,9	—	10,8	—
	$ThCl_4$	4382,9	—	12,4	—
Fünfwertige Verbindungen	$NaClO_3$	4376,5	—	9,6	—
	$Mg(ClO_3)_2$	4376,9	4358,4	10,2	—
	$KClO_3$	4376,1	4356,3	9,1	—
	$Cu(ClO_3)_2$	4377,8	—	—	—
	$Sr(ClO_3)_2$	4377,8	—	—	—
	$Ba(ClO_3)_2$	4376,1	—	—	—
Siebenwertige Verbindungen	$NaClO_4$	4369,4	4347,8	9,1	15,3
	$KClO_4$	4370,2	4347,8	10,2	16,4

Tabelle XXXIX. Zusammenfassung.

	$K_1 : \lambda$	$K_2 : \lambda$	$L_1 : \Delta\lambda$	$L_2 : \Delta\lambda$	ΔV in Volt[1] K_1	ΔV in Volt[1] K_2	ΔV in Volt für $K_1 - K_2$
Cl_2	4393,8	4381,6	7,5	—	0	0	7,8
HCl	4385,3	—	—	—	5,4	—	—
1-wertige Verbind.	4382,9	4360,0	11,3	—	7,0	13,8	14,6
5- „ „	4376,9	4357,4	9,6	—	10,8	15,5	12,5
7- „ „	4369,8	4347,8	9,7	15,9	15,3	21,6	14,1

A. Absorptionsspektra.

K-Reihe.

Die ersten experimentellen Anzeichen der oben erwähnten Einflüsse wurden von Bergengren in dem *K*-Absorptionsspektrum des Phosphors gefunden. Bei einer Untersuchung des erwähnten Absorptionsspektrums unter Benutzung von schwarzem und violettem Phosphor sowie von Phosphorsäure und Ammoniumphosphat als absorbierenden Substanzen zeigte sich, daß die Absorptionsgrenze des Phosphors aus den beiden letzten Verbindungen zwar dieselbe Wellenlänge hatte, aber im Verhältnis zu der Grenze des schwarzen Phosphors gegen kürzere Wellenlängen verschoben war. Als Werte der Wellenlängen der verschiedenen Absorptionsgrenzen fand Bergengren für schwarzen Phosphor 5,767 AE., und für Phosphorsäure und Phosphat 5,750 AE. also eine Verschiebung von 0,017 AE. Für violetten Phosphor wurden zwei Absorptionsgrenzen gefunden, von denen die eine dieselbe Wellenlänge wie die Grenze des schwarzen Phosphors hatte und die andere annähernd dieselbe wie die Grenze des Phosphors aus den beiden erwähnten Verbindungen. In seiner Mitteilung über diese Untersuchungen spricht Bergengren die Vermutung aus, daß die letzte Absorptionskante mit derjenigen des gelben Phosphors identisch ist und sieht hier eine Bestätigung der Behauptung, daß der violette Phosphor eine Mischung vom gelben und schwarzen Phosphor ist. Dieser von Bergengren gemachte Befund gab dem Verfasser Veranlassung zu untersuchen, ob man in den Absorptionsspektren nicht auch Einflüsse von den verschiedenen Valenzen eines absorbierenden Atoms finden könnte. Die ersten Untersuchungen dieser Art wurden mit freiem Chlor, ein-, fünf- und siebenwertigen Chlorverbindungen als absorbierenden Substanzen gemacht. Die erwähnte Vermutung zeigte sich für dieses Element soweit richtig, als die Absorptionsgrenze mit steigender Valenz des Chloratoms gegen kürzere Wellenlängen verschoben wurde, und zwar so, daß

1) Im Verhältnis zu K_1 und K_2 von freiem Chlor berechnet.

je höher die Wertigkeit, desto größer die Verschiebung im Verhältnis zu der Lage der Absorptionsgrenze der einwertigen Verbindungen wurde. Diese ersten Untersuchungen wurden dann mit verbesserter spektroskopischer Ausrüstung wiederholt. Die Resultate dieser Untersuchung sind in den Tabellen XXXVIII und XXXIX zusammengestellt. Wie aus dieser Zusammenstellung ersichtlich ist, wurde als Wert der Wellenlänge der Absorptionsgrenze K_1 des freien Chlors 4393,8 XE. gefunden. Für die einwertigen Verbindungen mit Ausnahme von HCl liegen die Wellenlängen der Absorptionskante K_1 zwischen den Werten 4382,1 und 4383,7 XE. Da das Ausmessen der Platten photometrisch gemacht worden ist und diese Differenz 0,03 mm dem Abstand Absorptionskante—Referenzlinie entspricht, können diese Abweichungen als innerhalb der Meßfehler liegend betrachtet werden. Dasselbe gilt auch für die Wellenlängen der Absorptionskanten des fünf- bzw. siebenwertigen Chlors. Jede Aufnahme zeigte an der kurzwelligen Seite eine mehr oder weniger ausgeprägte Feinstruktur (Fig. 37). Diese besteht aus einer weißen Absorptionslinie L_1 und einem darauf folgenden scharf begrenzten Schwärzungsgebiet. Die kurzwellige Seite dieses Schwärzungsgebiets ist in den Tabellen mit K_2 bezeichnet. Bei den siebenwertigen Verbindungen waren, wie aus der Fig. 37 ersichtlich ist, zwei Absorptionslinien vorhanden. Die Breiten der erwähnten beiden Linien sind in den Tabellen mit $L_1 : \Delta\lambda$ und $L_2 : \Delta\lambda$ bezeichnet. Betreffs der Fig. 37, die aus Siegbahn „Spektroskopie der Röntgenstrahlen" genommen ist, ist auch bei HCl die Linie L_1 vorhanden. Diese Linie war jedoch hier zu schwach um ausgemessen zu werden.

Schwefel und Schwefelverbindungen. Die Untersuchungen des Verfassers über die K-Absorptionsgrenzen wurden auf Schwefel und seine Verbindungen ausgedehnt. Diese Untersuchungen umfassen das freie Element, zwei-, vier- und sechswertige, sowohl unorganische wie organische Verbindungen. Sämtliche untersuchten Verbindungen und die Meßergebnisse sind in den Tabellen XL—XLIV zusammengestellt.

Von den zweiwertigen Verbindungen wurde eine Reihe von Sulfiden untersucht (Tabelle XL). Auffallend sind hier die verschiedenen Wellenlängen der Hauptkante K_1. Die kürzeste Wellenlänge findet man bei ZnS $\lambda = 5005{,}3$ XE. und die längste bei Cr_2S_3 $\lambda = 5011{,}7$ XE. Auch bei diesen Absorptionskanten gibt es eine Feinstruktur, die im Vorhandensein einer schwächeren Nebenkante K_2 besteht. Diese Feinstruktur läßt sich aber bei diesen Verbindungen vollständig erklären. Wie man nämlich aus der Tabelle XL ersieht, sind die Wellenlängen der Mehrzahl dieser Nebenkanten dieselben wie die Wellenlänge der Hauptkante der Sulfate (Tabelle XL). Für die meisten dieser Sulfide wurde auch durch eine chemische Untersuchung gezeigt, daß sie schon vor der Exponierung von Sulfaten verunreinigt waren. Für einige Sulfide konnte jedoch, trotzdem das Absorptionsspektrum die erwähnte „Sulfatkante" zeigte,

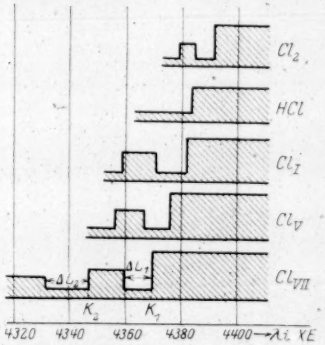


Fig. 37.

keine Spur von Sulfat nachgewiesen werden. Dieser letztere Umstand machte es zweifelhaft, ob diese Feinstruktur den Verunreinigungen von Sulfaten zuzuschreiben war oder nicht. Durch die neulich (1925) von K. Chamberlain publizierten Untersuchungen ist aber gezeigt worden, daß die Röntgenstrahlen auf Sulfide eine oxydierende Wirkung ausüben. Hierdurch wird

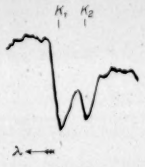


Fig. 38.

also das Auftreten der Sulfatkante als Feinstruktur auch bei den sulfatfreien Sulfiden erklärt. Bei CaS und Cr_2S_3 findet man als Wellenlänge der Nebenkante 4996 bzw. 4996,9 XE. Diese Wellenlängen sind aber dieselben wie die der Hauptkante der Sulfiten (Tabelle XL).

Die Absorptionsspektren der vierwertigen Verbindungen (Tabelle XL) zeigen auch eine komplizierte Struktur, wie aus der Photometerkurve einer Aufnahme von Bleisulfit (Fig. 38) hervorgeht. Außer der Hauptkante K_1 gibt

Tabelle XL. λ in XE.

	Substanz	$K_1:\lambda$	$K_2:\lambda$	$K_3:\lambda$	$L_1:\Delta\lambda$	$L_2:\Delta\lambda$	$L_3:\Delta\lambda$
	S Monokl.	5009,0	4994,6	—	8,5	8	—
	S Rhomb.	5008,6	4993,8	—	7,7	7,7	—
Zweiwertige Verbindungen	H_2S	5007,1	4999,4	—	5,1	—	—
	CS_2	5011,4	—	—	—	—	—
	Na_2S	5009,6	—	—	—	—	—
	MgS	5005,6	—	—	—	—	—
	CaS	5006,6	4996	—	—	—	—
	Cr_2S_3	5011,7	4996,9	—	—	—	—
	FeS	5011,4	4988,8	—	—	—	—
	CoS	5010,9	4988,3	—	—	—	—
	CuS	5011,3	4987,2	—	—	—	—
	ZnS	5005,3	4987,8	—	—	—	—
	MoS_2	5009,9	4988,4	—	—	—	—
	Ag_2S	5010,1	—	—	—	—	—
	CdS	5007,5	4987,7	—	—	—	—
	SnS_2	5011,3	4987,9	—	—	—	—
	Sb_2S_3	5009,9	—	—	—	—	—
	Sb_2S_3	5010,8	—	—	—	—	—
	BaS	5007,5	4987,7	—	—	—	—
	Bi_2S_3	5010,3	—	—	—	—	—
Vierwertige Verbindungen	SO_2	5004,5	4996,4	—	4,0	—	—
	$Na_2SO_3 + 7\,H_2O$	4995,6	4987,7	—	4,6	4,2	—
	$CaSO_3 + 2\,H_2O$	4995,8	—	—	4,0	—	—
	$CuSO_3$	4995,6	4988,4	—	4,4	4,0	—
	$ZnSO_3$	4996,3	4987,7	—	4,0	4,2	—
	Ag_2SO_3	4995,8	—	—	—	—	—
	$CdSO_3$	4996,4	4988,4	—	4,4	4,4	—
	$BaSO_3$	4996,4	4988,8	—	4,2	4,4	—
	$PbSO_3$	4996,3	4987,8	—	4,2	4,0	—
Sechswertige Verbindungen	$(H_4N)_2SO_4$	4987,9	—	—	5,4	—	—
	$Li_2SO_4 + H_2O$	4987,8	4962	4937	5,8	16	10
	$Na_2SO_4 + 10\,H_2O$	4987,8	4972	4960	5,6	—	—
	$MgSO_4 + 7\,H_2O$	4987,3	—	—	4,8	—	—
	$Al_2(SO_4)_3 + 18\,H_2O$	4988,3	—	—	5,0	—	—
	K_2SO_4	4988,4	4978,3	4965,9	5,4	6,8	—
	$CaSO_4 + 2\,H_2O$	4987,7	—	—	5,2	—	—
	$Fe_2(SO_4)_3$	4987,7	—	—	5,0	—	—
	$FeSO_4 + 7\,H_2O$	4988,3	—	—	5,2	—	—
	$CoSO_4 + 7\,H_2O$	4987,9	—	—	5,6	—	—
	$NiSO_4 + 7\,H_2O$	4987,7	—	—	5,4	—	—
	$CuSO_4 + 5H_2O$	4988,3	—	—	5,2	—	—
	$ZnSO_4 + 7\,H_2O$	4987,8	—	—	5,0	—	—
	Rb_2SO_4	4987,8	—	—	4,8	—	—
	$SrSO_4$	4987,3	—	—	5,6	—	—
	Ag_2SO_4	4988,3	—	—	4,8	—	—
	$3\,CdSO_4 + 8\,H_2O$	4988,3	—	—	5,2	—	—
	$SnSO_4$	4987,9	—	—	5,0	—	—
	Cs_2SO_4	4988,3	—	—	4,8	—	—
	$BaSO_4$	4987,9	—	—	5,0	—	—
	Hg_2SO_4	4987,7	—	—	6,0	—	—
	$Bi_2(SO_4)_3$	4987,8	—	—	5,4	—	—
	$Th(SO_4)_2 + 9\,H_2O$	4987,8	—	—	5,0	—	—
	$(UO_2)SO_4 + 3\,H_2O$	4987,8	—	—	5,6	—	—

Tabelle XLI. λ in XE.

Substanz	$K_1:\lambda$	$K_2:\lambda$	$K_3:\lambda$	$L_1:\Delta\lambda$	$L_2:\Delta\lambda$	$L_3:\Delta\lambda$
$Na_2S_2O_3 + 5\,H_2O$	5009,7	5000,8	4992,1	3,8	3,2	6,0
$BaS_2O_3 + H_2O$	5008,0	5000,1	4991,6	2,6	3,4	6,0

es an der kurzwelligen Seite dieser Kante zwei helle Linien L_1 und L_2, von denen die letztere schwächer als L_1 ist. Die langwellige Kante von L_2 ist mit K_2 bezeichnet. Von den Hauptkanten sämtlicher vierwertigen Verbindungen mit Ausnahme von SO_2 zeigen die Wellen-

längen innerhalb der Meßfehler keine Abweichungen voneinander. Als Mittelwert erhält man für die Hauptkante $\lambda = 4996{,}0$ XE. Betreffs der Wellenlängen der Nebenkanten K_2 haben diese dieselben Wellenlängen wie die Hauptkanten der Sulfate. Ob das Auftreten dieser Nebenkanten auch einer Oxydation während der Bestrahlung oder Verunreinigungen durch Sulfate zuzuschreiben war, konnte nicht entschieden werden. Das Absorptionsspektrum von SO_2 zeigte eine große Ähnlichkeit mit dem Absorptionsspektrum des freien Chlors.

Die sechswertigen Verbindungen, deren Absorptionsspektrum untersucht wurde, umfassen Sulfate mit verschiedenen Metallatomen von Li bis U. Auch hier zeigen die Hauptkanten innerhalb der Fehlergrenzen keine Abweichungen voneinander (Tabelle XL). Bei diesen Verbindungen konnte mit Ausnahme der Verbindungen Li_2SO_4, Na_2SO_4 und K_2SO_4 keine Feinstruktur nachgewiesen werden. Bei diesen drei Sulfaten zeigte sich eine eigentümliche Struktur an der kurzwelligen Seite der Hauptkante. Außer dieser Hauptkante wurden nämlich zwei Nebenkanten K_2 und K_3 nachgewiesen und ausgemessen. Betrachtet man die Wellenlängenwerte dieser drei Kanten:

	$K_1 : \lambda$	$K_2 : \lambda$	$K_3 : \lambda$	Diff. $K_1 - K_3$
Li_2SO_4 . . .	4987,8	4962	4937	50,8 XE.
Na_2SO_4 . . .	4987,8	4972	4960	27,8 „
K_2SO_4 . . .	4988,4	4978,3	4965,9	22,5 „

so geht es aus den Differenzen $K_1 - K_3$ hervor, daß das Feinstrukturgebiet mit steigender Ordnungszahl der Metallatome an Breite abnimmt. Nach dem, was Herr Dr. Stelling mir mitgeteilt hat, zeigt auch seine Aufnahme der K-Kante des Phosphors aus Li-Phosphat dieselbe Feinstruktur, wie die oben für Li-Sulfat erwähnte. Von den vielen vom Verf. untersuchten Sulfaten sind diese die einzigen Fälle, wo eine Einwirkung der Metallatome auf den Charakter des Absorptionsspektrums wahrgenommen wurde.

Außer den oben erwähnten Schwefelverbindungen wurden auch das Absorptionsspektrum des Natrium- und Bariumthiosulfats untersucht. Das Absorptionsspektrum des Schwefels aus diesen beiden Verbindungen zeigte auch komplizierte Struktur, was teilweise erklärt wird, wenn man in Betracht zieht, daß diese Verbindungen der allgemeinen Auffassung nach die Konstitution:

haben. Das Absorptionsspektrum zeigt nun an der kurzwelligen Seite der langwelligen Kante K_I drei helle Linien L_1, L_2 und L_3. Die langwelligen Kanten dieser zwei letzteren Linien sind in der Tabelle mit K_2 und K_3 bezeichnet. Von den Wellenlängen dieser drei Kanten stimmt die der K_1-Kante sehr gut mit den Wellenlängen der entsprechenden Sulfidkanten überein:

Na_2S:	5009,6	K_1:	5009,7
BaS:	5007,5	K_2:	5008,0

Die Photometerkurve in Fig. 39 zeigt die Struktur des Absorptionsspektrums von Schwefel aus Bariumthiosulfat.

Fig. 39.

Diese Kante muß darum dem zweiwertigen Schwefelatom zugeschrieben werden. Betreffs der K_3-Kante, der kurzwelligsten, liegt es sehr nahe, sie mit den Sulfatkanten zu vergleichen. Als Wert der Wellenlänge der Sulfatkante wurde 4987,9 XE. gefunden. Die K_3-Kanten des Natrium- bzw. des Bariumthiosulfats haben aber die Wellenlängen 4992,1 bzw. 4991,6 XE. Hier muß aber bemerkt werden, daß das sechswertige Schwefelatom in den Thiosulfaten, anstatt wie in den Sulfaten von vier Sauerstoffatomen gebunden zu sein, hier von drei Sauerstoffatomen und einem Schwefelatom, dem zweiwertigen, gebunden ist. Da aber vorher gezeigt wurde, daß die Lage der Absorptionskante von der Art der von dem Schwefelatom gebundenen anderen Atomen abhängig ist, ist es auch wahrscheinlich, daß die K_3-Kante dem sechswertigen Schwefelatom zuzuschreiben ist. Wie aber die dritte Kante K_2 erklärt werden soll, ist noch die Frage[1]).

Aus den oben erwähnten Untersuchungen der unorganischen Verbindungen geht hervor, daß es hauptsächlich zwei Faktoren sind, die für die Lage der K-Absorptionskante maßgebend

1) In einer neulich erschienenen Arbeit hat Dr. Stelling die Bemerkung gemacht, daß diese K_2-Kante in der vorläufigen Mitteilung des Verf. in C. R. nicht erwähnt worden ist, was auch richtig ist. Es muß aber dazu bemerkt werden, daß diese erste orientierende Untersuchung mit Kalkspat gemacht wurde, weshalb die erhaltenen Spektrogramme nicht so gut gezeichnet waren wie die, wo Zucker als Gitter benutzt wurde. Diese Aufnahmen wurden immer in dritter Ordnung gemacht und die Einzelheiten kamen hier viel besser zum Vorschein.

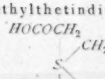
Tabelle XLII. Organische Verbindungen. λ in XE.

	Substanz	$K_1:\lambda$	$K_2:\lambda$	$L_1:\Delta\lambda$	$L_2:\Delta\lambda$
Zweiwertige Verbindungen	Phenylthioglykolsäure	5005,8	—	5,2	—
	Thiodiglykolsäure	5006,4	—	—	—
	Ammoniumrhodanid	5007,5	—	—	—
	Natriumrhodanid	5008,0	—	—	—
	Calciumrhonadid	5007,4	—	—	—
	Kupferrhodanür	5005,8	—	—	—
	Silberrhodanid	5005,0	4988,3 [1]	—	4,8
	Bariumrhodanid	5007,6	—	—	—
	Quecksilberrhodanid	5007,6	4987,9 [1]	—	—
	Bleirhodanid	5007,0	4988,3 [1]	—	—
Vierwertige Verbindungen	Phenylsulfoxyessigsäure	5001,6	4987,9 [1]	5,6	4,4
	Dimethylthetindicarbonsäure	5002,2	4987,2 [1]	4,8	—
	Diphenylsulfoxyd	5001,9	—	6,0	—
Sechswertige Verbindungen	Phenylsulfonessigsäureethylester	4994,1	—	6,0	—
	Sulfondiessigsäure	4994,2	—	5,8	—
	Diphenylsulfon	4993,4	—	5,4	—

1) Wahrscheinlich von Sulfaten herrührend.

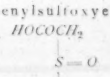
Tabelle XLIII.

Thiodiglykolsäure



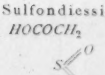
$K_1:\lambda = 5006{,}4$ XE.

Phenylthioglykolsäure



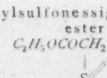
$K_1:\lambda = 5005{,}8$ XE.

Dimethylthetindicarbonsäure



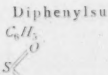
$K_1:\lambda = 5002{,}2$ XE.

Phenylsulfoxyessigsäure



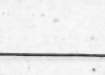
$K_1:\lambda = 5001{,}6$ XE.

Diphenylsulfoxyd



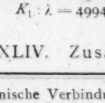
$K_1:\lambda = 5001{,}9$ XE.

Sulfondiessigsäure



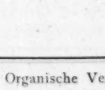
$K_1:\lambda = 4994{,}2$ XE.

Phenylsulfonessigsäureäthylester



$K_1:\lambda = 4994{,}1$ XE.

Diphenylsulfon



$K_1:\lambda = 4993{,}4$ XE.

Tabelle XLIV. Zusammenfassung.

	Unorganische Verbindungen.					Organische Verbindungen		
	$K_1:\lambda$	$K_2:\lambda$	$L_1:\Delta\lambda$	$L_2:\Delta\lambda$	ΔV in Volt [1]	$K_1:\lambda$	$L_1:\Delta\lambda$	ΔV in Volt [1]
S	5008,8	4994,1	8,1	7,9	—	—	—	—
Vierwertige Verbind. [2]	4996,0	4988,1	4,3	4,2	6,3	5001,9	5,5	3,4
Sechswertige Verbind.	4987,9	—	5,2	—	10,3	4993,9	5,7	7,3

1) Die Voltdifferenzen gelten den K_1-Kanten und sind im Verhältnis zu der K_1-Kante des reinen Elements berechnet. — 2) SO_2 ausgenommen.

sind. Erstens zeigen die Untersuchungen der Sulfide, daß die Lage der Absorptionskante von der Art der von dem absorbierenden Atom direkt gebundenen anderen Atome abhängig ist. Zweitens zeigen die Untersuchungen der Sulfite und Sulfate, daß die Anzahl der an das Schwefelatom direkt gebundenen Atome auch Einflüsse auf diese Lage hat. Was die Chlo-

ride betrifft ist es sehr wahrscheinlich, daß auch hier die Absorptionsgrenze, wenn größere Dispersion verwendet wird, dieselbe Abhängigkeit von der Art der an das Chloratom gebundenen Atome wie bei den Sulfiden zeigen wird.

Die bei den Untersuchungen der oben erwähnten Verbindungen gemachten Erfahrungen betreffs der für die Lage der Absorptionskanten bestimmenden Faktoren wurden durch Untersuchungen von organischen Verbindungen bestätigt. Die hier als absorbierende Substanzen benutzten Verbindungen nebst den Meßresultaten sind in der Tabelle XLII vereinigt. Aus den Untersuchungen der Rhodanide können keine bestimmten Schlußfolgerungen gezogen werden. Die Wellenlänge der Absorptionsgrenze liegt hier zwischen den Grenzen 5005,0 XE. für Silberrhodanid und 5008,0 XE. für Natriumrhodanid. Von den übrigen organischen Verbindungen sind unten die Konstitutionsformeln angegeben (Tabelle XLIII) und dazu auch die Wellenlängen der Hauptkante in den verschiedenen Verbindungen. Ein Vergleich der Wellenlängen der Absorptionsgrenzen für Schwefel aus diesen vier- und sechswertigen Verbindungen mit den Wellenlängen der Sulfit- und Sulfatkanten zeigt, daß hier die Absorptionsgrenzen gegen längere Wellenlängen verschoben sind. Aber wie bei den Thiosulfaten besprochen wurde, kann dies hier dadurch erklärt werden, daß das Schwefelatom nicht nur von Sauerstoffatomen, sondern auch von andern Atomen, hier Kohlenstoffatomen, gebunden ist.

Phosphor und Phosphorverbindungen. Nach dem Befund bei den Untersuchungen der Chlor- und Schwefelverbindungen war es ersichtlich, daß die Deutung, die Bergengren seinen Resultaten (S. 100) gegeben hatte, nicht richtig sein konnte, besonders betreffs der Lage der Absorptionskante des gelben Phosphors. Daß die Absorptionskanten des Phosphors aus Phosphorsäure und Ammoniumphosphat dieselbe Wellenlänge hatten, ist jetzt nach dem, was für die Sauerstoffverbindungen von Chlor und Schwefel gefunden wurde, ohne weiteres verständlich. Die zweite, kurzwellige Kante des violetten Phosphors kann nicht dem gelben Phosphor gehören, sondern spricht für das Vorhandensein eines Oxydationsprodukts in der benutzten Substanz. Es erübrigt sich die Frage nach der Lage der Absorptionskante der gelben Modifikation. Durch eine vom Verfasser gemachte Untersuchung wurde aber gezeigt, daß die erwähnte Absorptionskante im Verhältnis zu den Absorptionskanten des violetten und schwarzen Phosphors gegen längere Wellenlängen verschoben war. Gleichzeitig gemachte Aufnahmen der Absorptionsgrenzen des Phosphors aus den von Bergengren benutzten Substanzen bestätigten übrigens die von Bergengren für diesen gefundenen Wellenlängen.

Tabelle XLV.

Substanz	λ in XE.	$\Delta\lambda$ [1]	ΔV in Volt [1]
Phosphor (gelb) . . .	5776,9	0	0
Phosphor (violett u. schwarz)	5771,5	5,4	2,0
Hypophosphit	5757,5	19,4	7,2
Phosphit	5754,1	22,8	8,4
Phosphat	5750,7	26,2	9,7

Tabelle XLVI.

Verbindungstypus	a in mm	λ in XE.	$\Delta\lambda$ [2]
$(RO)_3PO$	2,12	5750,7	0
$(RO)_2HPO$	1,91	5754,1	3,4
$(RO)H_2PO$	1,70	5757,5	6,8
$(RO)_2(RC)PO$	1,85	5755,1	4,4
$(RO)(RC)_2PO$	1,60	5759,1	8,4
$(RC)_3PO$	1,52	5760,4	9,7
$(RC)_2POR$	1,36	5763,0	12,3
$(RN)(Cl_2PO$	1,62	5758,8	8,1
$(RN)(RO)(Cl)PO$	1,80	5755,9	5,2
$(RN)(RO)_2PO$	2,09	5751,2	0,5
$(RN)_2(RO)PO$	1,91	5754,1	3,4
$(RN)_3PO$	1,76	5756,5	5,8
$(RC)_3PS$	1,35	5763,2	12,5
$RO(RC)(H)PO$	1,66	5758,1	7,4
$(RO)_3P$	1,55	5759,9	9,2
$(RC)_3P$	1,08	5767,6	16,9
$(RO)_2Cl_2P$	1,53	5760,2	9,5
$(RC)_3P$, $CuCl$	1,27	5764,5	13,8
$(RO)_3P$, $CuCl$	1,61	5758,9	8,2

Stelling hat später unter Benutzung größerer Dispersion eine eingehende und umfassende Untersuchung über die K-Absorptionsgrenze des Phosphors gemacht, Untersuchungen, die sowohl die verschiedenen Phosphormodifikationen, als auch eine große Anzahl von Phosphorverbindungen umfassen. In Tabelle XLV sind die Wellenlängen der Absorptionskanten der verschiedenen Phosphormodifikationen zusammengestellt nebst den Resultaten von Untersuchungen über die Absorptionskante für Phosphor aus Hypophosphit, Phosphit und Phosphat. Die hier mitgeteilten Wellenlängenwerte sind Mittelwerte von Messungen, die unter Benutzung einer großen Anzahl von Verbindungen der erwähnten Art gemacht wurden. In Tabelle XLVI sind die Verbindungstypen der Phosphorverbindungen ersichtlich, die Stelling bei späteren Untersuchungen als absorbierende Substanzen benutzt hat. Hier sind auch die im Verhältnis zu der Wellenlänge der Verbindung $(RO)_3PO$ gefun-

1) Im Verhältnis zu der Kante des gelben Phosphors berechnet.

2) Im Verhältnis zu $\lambda = 5750{,}7$ berechnet.

Tabelle XLVII.

	Substanz	Valenz	$K_1 : \lambda$ in XE.	$K_2 : \lambda$ in XE.	ν/R	$\Delta\lambda$ in XE.	ΔV in Volt
14	*Si*	—	6731,0	—	135,38	0	0
	SiO_2	IV	6707,5	—	135,85	23,5	6,4
	Na_2SiO_3	IV	6707,3	—	135,86	23,7	6,5
	K_2SiO_3	IV	6707,7	—	135,85	23,3	6,3
19	*K*	—	3431,0	—	265,59	0	0
	KCN	I	3429,3	—	265,73	1,7	1,8
	KSCN	I	3428,7	—	265,77	2,3	2,4
	KF	I	3428,3	—	265,80	2,7	2,8
	KCl	I	3428,0	—	265,82	3,0	3,1
	K_2SO_4	I	3427,3	—	265,86	3,7	3,9
	K_2SO_3	I	3426,7	—	265,93	4,3	4,5
	$KClO_3$	I	3426,3	—	265,95	4,7	4,9
20	*Ca*	—	3064,3	—	297,38	0	0
	$CaCO_3$	II	3060,5	—	297,74	3,8	5,0
22	*Ti*	—	**2491,2**	—	365,78	0	0
	TiO_2	IV	2482,6	**2490,7**	367,05	8,6	17,0
23	*V*	—	**2263,0**	—	402,67	0	0
	V_2O_5	V	2257,2	**2263,5**	403,71	5,8	14,0
	H_4NVO_3	V	2257,1	**2263,1**	403,72	5,9	14,2
24	*Cr*	—	**2066,3**	—	440,99	0	0
	Cr_2S_3	III	2062,9	—	441,52	2,4	9,0
	$Cr(OH)_3$	III	2061,9	—	441,95	4,1	12,7
	$Cr_2(SO_4)_3$	III	2062,2	—	441,88	4,1	11,9
	K_2CrO_4	VI	2060,0	**2066,0**	442,34	6,3	18,2
	$Fe(CrO_4)_2$	VI	2059,7	**2065,7**	442,41	6,6	19,1
	$K_2Cr_2O_7$	VI	2059,5	**2066,0**	442,44	6,8	19,7
25	*Mn*	—	**1892,1**	—	481,59	0	0
	$MnSO_4$	II	1889,3	—	482,31	2,8	9,7
	$MnCl_2$	II	1889,3	—	482,31	2,8	9,7
	$MnCO_3$	II	1889,4	—	482,28	2,7	9,3
	MnC_2O_4	II	1889,4	—	482,28	2,7	9,3
	Mn_3PO_4	II	1889,1	—	482,32	3,0	10,3
	MnO_2	IV	1887,7	—	482,73	4,4	15,2
	$KMnO_4$	VII	1886,3	**1892,3**	483,09	5,8	20,0
26	*Fe*	—	1740,5	—	525,54	0	0
	FeS	II	1738,9	—	524,01	1,6	6,5
	$FeSO_4$	II	1738,3	—	524,21	2,2	9,0
	$FeCl_3$	III	1737,2	—	524,54	3,3	13,4
	Fe_2O_3	III	1737,3	—	524,51	3,2	13,0
	$Fe(OH)_3$	III	1737,1	—	524,56	3,4	13,9
	$H_4NFe(SO_4)_2$	III	1737,3	—	524,51	3,2	13,0
	$Fe(SO_4)_3$	III	1737,1	—	524,56	3,4	13,9
	$FePO_4$	III	1737,1	—	524,56	3,4	13,9

denen Verschiebungen angegeben. Die Resultate von Stelling bestätigen die vom Verfasser gemachten Erfahrungen bei den Chlor-, Schwefel- und Phosphorverbindungen betreffs der die Lage der Absorptionskante bestimmenden Faktoren. Stelling hat auch die Einflüsse von verschiedenen Atomen auf die Absorptionskante des Phosphors untersucht und findet, daß in allen untersuchten Verbindungen einer Substitution von Sauerstoff gegen ein anderes Radikal immer eine Verschiebung gegen längere Wellen entspricht, d. h. die Sauerstoffverbindungen geben die härtesten Kanten. Eine Substitution von Wasserstoff gegen Stickstoff entspricht einer Verschiebung gegen kürzere Wellen, während eine Substitution von Wasserstoff gegen Kohlenstoff die entgegengesetzte Wirkung hat. Wenn Stickstoff gegen Chlor vertauscht wird, wird die Kante weicher. Stelling hat weiter gefunden, daß wenn ein Radikal, welches direkt an Phosphor gebunden ist, gegen ein anderes substituiert wird, die Lage der Absorptionskante um eine Größe verschoben wird, die nicht nur von der Natur der Substitution, sondern auch von den anderen an Phosphor gebundenen Atomen oder Atomgruppen abhängig ist.

In der Tabelle XLVII sind die Resultate einiger vom Verfasser später gemachten Untersuchungen über die *K*-Absorptionsgrenzen der Elemente *Si*, *K*, *Ca*, *Ti*, *V*, *Cr*, *Mn* und *Fe* zusammengefaßt. Die Absorptionsgrenze von *Si* ist durch diese Untersuchungen zum erstenmal

nachgewiesen. Die wesentliche Ursache davon, daß diese Kante nicht früher nachgewiesen wurde, liegt in den Schwierigkeiten, die damit verbunden sind, die Kante auf der photographischen Platte zum Vorschein zu bringen wegen der unmittelbaren Nähe der $M\beta$-Linie von Wolfram. Die bei diesen Untersuchungen erhaltenen Resultate bestätigen weiter die bei den Untersuchungen von den Absorptionsgrenzen von Phosphor, Schwefel und Chlor gemachten Erfahrungen betreffs der die Lage bestimmenden Faktoren. Die Verschiebungseffekte sind doch hier, mit Ausnahme von den *Si*-Verbindungen, wegen der kleineren Wellenlängen nicht so groß. Aus diesen bisher erhaltenen Resultaten kann noch eine Schlußfolgerung mit Rücksicht auf die Lage der Absorptionsgrenzen in der K-Reihe gezogen werden, die nämlich, daß die Absorptionsgrenze des freien Elements die größte Wellenlänge hat. Dies trifft für alle oben untersuchten Elemente und Verbindungen zu, mit Ausnahme von Schwefel. Betreffs dieser Ausnahme muß jedoch bemerkt werden, daß man es bei dem freien Schwefel mit einem komplizierten Molekulargebäude zu tun hat, was wahrscheinlich nicht ohne Einfluß auf die Lage der Absorptionskante ist.

Tabelle XLVIII.

Absorptionsmessungen in der K-Reihe nach Coster.

Substanz	$K_1:\lambda$	$Ka:\lambda$	$\nu/R(K_1)$
Ti	2484,0	—	366,85
TiO_2	2482,9	2489,5	367,02
V_2O_5	2256,4	2262,8	403,86
$V_2(SO_4)_3$	2256,7	—	403,82
$Na_2Cr_2O_7$	2059,5	2065,0	442,48
K_2CrO_4	2059,1	2065,2	442,54
Cr_2O_3	2060,6	—	442,25
$Cr(NH_3)_6(NO_3)_3$	2063,8	—	441,55
$CrCl_3$	2063,0	—	441,71
$KMnO_4$	1886,0	1891,3	483,17
$KMnO_4$ (reduziert)	1887,5	—	482,80
Mn_3O_4	1888,9	—	482,44
Manganiacetat	1887,8	—	482,72
$MnSO_4$	1889,2	—	482,36

In Tabelle XLVIII sind einige von Coster gemachte Untersuchungen über die K-Absorptionsgrenze der Elemente *Ti*, *V*, *Cr* und *Mn* zusammengestellt. Nur für *Ti* ist das Absorptionsspektrum des reinen Elements untersucht. Die von Coster gefundene Wellenlänge der Absorptionskante des freien Titans stimmt nicht mit der Wellenlinie überein, die in Tabelle XLVII angeführt ist. Die Ursache ist mit größter Wahrscheinlichkeit die, daß das von Coster benutzte Titan nicht reines Titan, sondern ein Titanoxyd gewesen ist. Bei den Untersuchungen über die Absorptionsgrenze der erwähnten Elemente aus den höheren Sauerstoffverbindungen hat sowohl Coster wie auch der Verfasser an der langwelligen Seite der Absorptionsgrenze eine weiße Linie gefunden, die von Coster als eine anomale Absorptionslinie bezeichnet wurde. In Tabelle XLVIII ist diese Linie mit *Ka* bezeichnet. In der Tabelle XLVII ist die langwellige Kante dieser vom Verfasser gefundenen Linie mit K_2 bezeichnet. Macht man einen Vergleich der Wellenlänge für K_2 mit den für die Absorptionskante des freien Elements gefundenen Wellenlängen, so sieht man, daß innerhalb der Fehlergrenzen die Übereinstimmung vollständig ist. Es unterliegt also keinem Zweifel, daß diese weiße Linie dem freien Element zuzuschreiben ist, und daß das Auftreten des freien Elements hier einer reduzierenden Wirkung der Röntgenstrahlung zuzuschreiben ist. K. Chamberlain hat in seiner neulich publizierten Arbeit (S. 101) auch diese reduzierende Wirkung der Röntgenstrahlung durch Bestrahlung einer Kaliumpermanganatlösung festgestellt, und hat auch die oben vom Verfasser zuerst angegebene experimentelle Erklärung der erwähnten Linie bestätigt. Unten werden die von Chamberlain gefundenen Wellenlängen der Absorptionsgrenzen der freien Elemente angeführt:

Weiße Linien nach Coster		Abs.-Kante des freien Elements	
TiO_2	2489,5 XE.	*Ti*	2489,5 XE.
V_2O_5	2262,8 „	*V*	2261,9 „
$Na_2Cr_2O_7$	2065,0 „	*Cr*	2064,9 „
K_2CrO_4	2065,2 „	*Cr*	2064,9 „
$KMnO_4$	1891,3 „	*Mn*	1981,4 „

L-Reihe.

Die ersten Anzeichen eines Verschiebungseffekts in den L-Absorptionsgrenzen sind von Tandberg durch Untersuchung der L-Kanten von Jod gefunden worden. Die Resultate dieser Untersuchung, die sämtliche drei L-Grenzen umfassen, sind in Tabelle XLIX zu finden. Später hat Coster die L_{III}-Kante der Elemente *Sn*, *Sb*, *Fe* und *J* aus verschiedenen Verbindungen untersucht, diese Messungen sind in Tabelle LV zusammengeführt. Auch hier hat Coster an der langwelligen Seite der Hauptkante bei den höheren Sauerstoffverbindungen die früher erwähnte weiße Linie gefunden. Diese Linie ist in Tabelle LV mit L_{IIIa} bezeichnet. In einer vorläufigen Mitteilung hat Chamberlain gezeigt, daß diese von Coster hier gefundene Linie bei *Sn* und *Sb* dem freien Element zuzuschreiben

Tabelle XLIX.

Absorptionsmessungen in der L-Reihe nach Tandberg.

Grenze	Substanz	Val.	λ in XE.	ν/R	$\Delta\lambda$ in XE.	ΔV in Volt
L_I	J		2402	379,4	0	0
	NaJ	I	2397	380,2	5	11
	$NaJO_3$	V	2398	380,1	4	9
	$NaJO_4$	VII	2397	380,2	5	11
L_{II}	J		2548	357,6	0	0
	$NaJO$	I	2542	358,4	6	12
	$NaJO_3$	V	2544	358,3	5	9
	$NaJO_4$	VII	2541	358,6	7	14
L_{III}	J		2711	336,1	0	0
	NaJ	I	2708	336,5	3	5
	$NaJO_3$	V	2709	336,4	2	4
	$NaJO_4$	VII	2703	337,1	8	13

Tabelle L.

Absorptionsmessungen in der L-Reihe nach Coster.

Substanz	L_{III}: λ (XE).	L_{III_a}: λ (XE.)
SnO_2	3140,6	3147.2
Sb_2O_3	2985,1	2991,1
$KSbO_3$	2984,1	2990,8
Te	2847,2	—
H_2TeO_3	2842.2	2846,9
H_2TeO_4	2840,6	2836,6
J	2712	—
KJ	2712,2	—
HJO_3	2707.1	2711,5
HJO_4	2705,8	2711,3

ist. Betreffs der Jodverbindungen wurde vom Verfasser gezeigt, daß die Verbindung HJO_4 bei Röntgenbestrahlung braun gefärbt wurde, eine Farbe, die desto intensiver wurde, je kräftiger die Bestrahlung war. Durch Messung einer Aufnahme der L_{III}-Kante wurde auch gezeigt, daß die langwellige Kante dieser weißen Linie mit der L_{III}-Kante des freien Jods zusammenfiel. Unten geben wir eine Zusammenstellung der von Coster und Chamberlain gefundenen Werte von den Wellenlängen der weißen Linie und der Absorptionsgrenze des freien Elements:

Weiße Linie			Abs. Grenze des freien Elements		
SnO_2	3147.5 XE.	(Coster)	Sn	3146.9 XE.	(Chamberlain)
$KSbO_3$	2990,8 „	„	Sb	2991,5 „	„
Sb_2O_3	2991,1 „	„	Sb	2991,5 „	„
H_2TeO_3	2846,6 „	„	Te	2847,4 „	(Coster)
H_2TeO_4	2846,9 „	„	Te	2847.1 „	„
HJO_4	2711,3 „	„	J	2712,0 „	„
HJO_3	2711,5 „	„	J	2712,0 „	„

Die bisher gemachten Untersuchungen über die L-Grenzen sind noch zu wenig, um aus diesen Messungen bestimmte Schlußfolgerungen über die Einwirkung der von den gebundenen Atomen auf die L-Grenzen zu ziehen.

B. Emissionsspektra.

Daß die Emissionsspektren der Elemente niedriger Ordnungszahlen auch von der chemischen Bindung des emittierenden Atoms abhängig sind, ist durch Untersuchungen der β-Linien einiger dieser Elemente zuerst vom Verfasser und O. Lundquist nachgewiesen. Spätere von Bäcklin und Ray gemachte ähnliche Untersuchungen über die α-Linien dieser Elemente haben diese Tatsache noch weiter bestätigt.

Die vom Verfasser und Lundquist gemachten Untersuchungen umfassen in erster Reihe die β_1-Linie des Schwefels und den an der kurzwelligen Seite dieser Linie von Hjalmar entdeckten Satellit. Dieser Satellit wurde von Hjalmar als die β_2-Linie des Schwefels identifiziert, spätere Untersuchungen haben jedoch gezeigt, daß diese Bezeichnung fehlerhaft ist. In den zu erwähnenden Untersuchungen wird die Linie mit β_x bezeichnet. Die Untersuchungen wurden unter Benutzung von freiem Schwefel und Schwefelverbindungen als emittierende Substanzen gemacht und außerdem wurde die Einwirkung von verschiedenen Metallen als Antikathodenmaterial auf den Charakter der Linien untersucht. Die Erscheinung, die für einen Einfluß der chemischen Bindung sprachen, war das verschiedene Aussehen der von denselben Linien erhaltenen Spektrogramme. Wie aus der Zusammenfassung der Resultate in Tabelle LI hervorgeht, wurden in einigen Fällen die beiden Linien voneinander getrennt erhalten, in anderen Fällen aber war es nicht möglich, mit der benutzten Dispersion eine Auflösung zu be-

kommen (Fig. 40). Die Breite dieser Linie $\beta_{1,x}$ war variierend und weiter zeigte sich in dieser Linie eine Feinstruktur von wechselndem Charakter. Besonders merkliche Resultate wurden unter Benutzung der beiden Silberverbindungen Ag_2S und Ag_2SO_4 erhalten. Die erste von diesen, Ag_2S gab auf einer Kupferantikathode sowohl die β_1- als auch die β_x-Linie voneinander getrennt. In Übereinstimmung mit dem, was in allen anderen Fällen bei getrennten β_1- und β_x-Linien gefunden war, zeigte hier die langwellige Linie die größte Intensität. Wurde die Kupferantikathode gegen eine Eisenantikathode vertauscht, wurde keine Auflösung erhalten. Unter Benutzung einer Aluminiumantikathode zeigte sich das Linienbild ganz verändert. Hier wurde zwar eine Auflösung erhalten, die beiden Linien waren aber gegen längere Wellenlängen verschoben, wie aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich ist:

Substanz	Antikathode: Kupfer	Eisen	Aluminium
Ag_2S	$\beta_1 : \lambda = 5021{,}0$ XE. $\beta_x : \lambda = 5013{,}4$ XE.	$\beta_{1,x} : \lambda = 5017{,}8$ XE.	$\beta_1 : \lambda = 5023{,}6$ XE. $\beta_x : \lambda = 5015{,}0$ XE.
Ag_2SO_4	$\beta_1 : \lambda = 5020{,}9$ XE. $\beta_x : \lambda = 5012{,}7$ XE.	$\beta_{1,x} : \lambda = 5018{,}1$ XE.	$\beta_{1,x} : \lambda = 5015{,}1$ XE.

Tabelle LI.

Antikathode	$\beta_1 : \lambda = 5021{,}1$ XE. $\beta_x : \lambda = 5012{,}8$ XE.	$\beta_{1,x} : \lambda = 5017{,}8$ XE.
Aluminium	CuS $CuSO_4$	S (rhomb.) Al_2S_3, FeS, ZnS, CdS, SnS_2 $Fe_2(SO_4)_3$, $ZnSO_4$, $CdSO_4$, $SnSO_4$
Eisen	CuS $CuSO_4$	(S rhomb.) FeS, ZnS, Ag_2S, CdS, SnS_2 $Fe_2(SO_4)_3$ $ZnSO_4$ Ag_2SO_4, $CdSO_4$
Kupfer	S (rhomb.) P_4S_3, CuS, SnS_2 $Fe_2(SO_4)_3$, $CuSO_4$ $ZnSO_4$ Ag_2SO_4, $SnSO_4$ $PbSO_4$	Cr_2S_3, FeS, ZnS, CdS, PbS $CdSO_4$
Zink	—	S (rhomb.)

Außerdem waren die Intensitätsverhältnisse der beiden Linien umgekehrt, indem die langwelligste Linie hier die kleinste Intensität hatte. In Fig. 41 a, b und c sind die Photometerkurven der verschiedenen Linienbilder wiedergegeben. Die andere Silberverbindung Ag_2SO_4, gab im Gegensatz zu Ag_2S auf Aluminium die Linie $\beta_{1,x}$, die doch nach kürzeren Wellenlängen verschoben war im Verhältnis zu der bei den übrigen Verbindungen erhaltenen $\beta_{1,x}$-Linie.

Die Untersuchungen wurden weiter auf die β_1-Linie von Chlor und den ebenfalls von Hjalmar entdeckten Satelliten β' dieser Linie ausgedehnt. Diese Untersuchung wurde nur unter Benutzung von Kupfer als Antikathodenmaterial gemacht. Auch hier zeigten sich dieselben Erscheinungen wie bei den β-Linien von Schwefel.

Für einige Verbindungen wurden die beiden Linien voneinander getrennt, für andere dagegen wurde nur eine Linie erhalten, die in der Zusammenstellung der Resultate in Tabelle LII mit β_1'' bezeichnet ist. Auch hier wurde ein eigentümliches Phänomen wahrgenommen, nämlich für die beiden erwähnten Linien β'' und β_1 bei $CuCl_2$. Wie aus der Tabelle LII ersichtlich

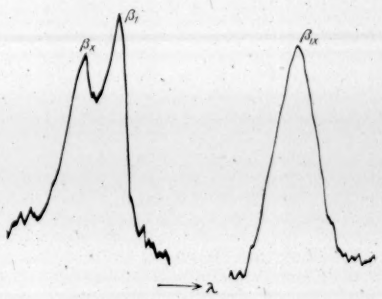
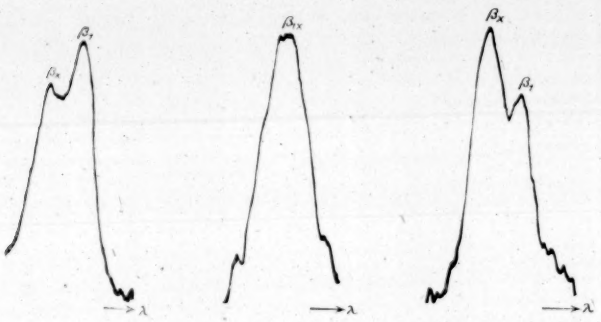


Fig. 40.

ist, weichen die Wellenlängen der beiden Linien von den anderen für β'' und β_1 gefundenen Wellenlängen ab, indem β_1 0,6 XE. gegen längere Wellen und β'' 2,2 XE. gegen kürzere Wellen verschoben ist. Durch wiederholte Aufnahmen wurde gezeigt, daß diese merkwürdige Erscheinung keine Zufälligkeit war. Vergleichende Aufnahmen mit diesen Linien von $CuCl_2$ und von $BaCl_2$ auf derselben Platte gaben noch weitere Bestätigung der Erscheinung.

Nachdem eine erste orientierende Untersuchung über die β_1-Linie bei Phosphor vom Verfasser und Lundquist gemacht wurde, eine



Ag_2S auf Kupfer-Antikathode. Ag_2S auf Eisen-Antikathode. Ag_2S auf Aluminium-Antikathode.

Fig. 41a—c.

Untersuchung, welche zeigte, daß man es hier mit ähnlichen Einflüssen wie die oben gefundenen zu tun hatte, wurde eine umfassende Untersuchung von Lundquist auf diesem Gebiet gemacht. Durch die von Hjalmar, Siegbahn und Dolejšek gemachten Untersuchungen über die $K\beta$-Gruppe des Phosphors wurde gezeigt, daß diese außer der Hauptlinie β_1 noch eine schwächere Linie β_3 enthält. Als Wellenlängen dieser beiden Linien β_1 und β_3 hat man die Werte 5786,2 bzw. 5820,4 X. gefunden. Außer diesen beiden Linien hat Hjalmar noch eine schwache Linie zwischen den β_1- und β_3-Linien nachgewiesen und mit β' bezeichnet. Diese Linie war jedoch zu schwach, um ausgemessen werden zu können. Schon bei den orientierenden Untersuchungen wurde gefunden, daß die β_1-Linie des Phosphors an der kurzwelligen Seite von einem Satelliten begleitet war, der aber nur unter Verwendung gewisser Phosphorverbindungen auftrat. Ob diese Linie mit der von Hjalmar gefundenen β'-Linie identisch war, konnte nicht entschieden werden, weshalb Lundquist im Einklang mit der Bezeichnung des β_1-Satelliten des Schwefels auch diese Linie mit β_x bezeichnet. Die von Lundquist benutzten Substanzen sind neben den Meßresultaten in Tabelle LIII zusammengestellt. Wie man aus dieser ersieht, treten nur bei gewissen Verbindungen die beiden Linien β_1 und β_x voneinander getrennt auf. Eine besondere Stellung nehmen diese beiden Linien bei *Cu*-Phosphid ein. Während bei den übrigen β_1- und β_x-Linien der Wellenlängendifferenz 12,2 XE. beträgt, ist diese Differenz bei den beiden Linien des *Cu*-Phosphids gleich 13,9 XE. Lundquist hat die erhaltenen Linienbilder sehr genau studiert und in seiner Arbeit eine genaue Beschreibung

Tabelle LII.

Antikathode: Kupfer.

β_1: $\lambda = 4394{,}2$ XE. β': $\lambda = 4390{,}6$ XE.	β''_1: $\lambda = 4393{,}3$ XE.
$LiCl_2$	$NaCl$
$FeCl_2$	$NaClO_3$
$ZnCl_2$	KCl
$CdCl_2$	$CaCl_2$
$SnCl_2$	$BaCl_2$
$PbCl_2$	$Ba(ClO_3)_2$
	$SrCl_2$

$CuCl_2$ β_1: $\lambda = 4394{,}8$ XE. β': $\lambda = 4388{,}4$ XE.

Tabelle LIII.

Antikathode			
	β_1: $\lambda = 5791{,}8$ XE. β_x: $\lambda = 5779{,}7$ „		β_{1x}: $\lambda = 5788{,}2$ XE.
Kupfer	Violetter Phosphor		
	Na-Phosphat		*Al*-Phosphid
	K-Phosphat		*Ca*-Phosphid
	Na-Phosphit		*Al*-Phosphat
	Na-Hypophosphit		*Ca*-Phosphat
	K-Hypophosphit		*Co*-Phosphat
			Cu-Phosphat
			Zn-Phosphat
			Sr-Phosphat
			Sn-Phosphat
			Ba-Phosphat
	Schwarzer Phosphor		*Bi*-Phosphat
	β_1: $\lambda = 5792{,}6$ XE.		*Ca*-Phosphit
	β_x: $\lambda = 5779{,}8$ XE.		*Cu*-Phosphit
			Zn-Phosphit
			Ba-Phosphit
			Ca-Hypophosphit
			Ba-Hypophosphit
	Cu-Phosphid:	β_1: $\lambda = 5792{,}8$ XE. β_x: $\lambda = 5778{,}9$ XE.	
Aluminium	Schwarzer Phosphor β_{1x}: $\lambda = 5784{,}5$ XE. Violetter Phosphor β_{1x}: $\lambda = 5785{,}4$ XE.		

der verschiedenen Aufnahmen, der Breite und Intensitätsverhältnisse der Linien geliefert. Von diesen Beschreibungen geben wir nur die Hauptzüge wieder. Lundquist hat die Bemerkung gemacht, daß in den Fällen, wo die Linie $\beta_{1,2}$ erschien, die Breite dieser Linie von ungefähr derselben Größe war wie die der einzelnen getrennten beiden Linien β_1 und β_2. Besonders ist es hervorgehoben, daß die Verbindungen mit *Ca*, *Ba* und *Sr* eine sehr scharfe wohldefinierte $\beta_{1,2}$-Linie liefern. Bei den *Zn*-Verbindungen erschien auf den Platten ein Emissionsband, dessen Breite von derselben Größe war wie der Abstand zwischen den beiden getrennten Linien β_1 und β_2. Dieselbe Struktur kommt auch bei dem freien Element auf *Al*-Antikathode vor.

Lundquist hat auch dem Vorkommen der β_3-Linie an den verschiedenen Platten eine Untersuchung gewidmet, und hat gefunden, daß diese Linie nur in einer beschränkten Anzahl von Aufnahmen erscheint. Betreffs dieser Linie wird von Lundquist die Bemerkung gemacht, daß diese Linie auf den Platten, wo die Linien β_1 und β_2 getrennt sind, sehr selten vorkommt, und wenn sie hier vorkommt, sehr schwach und meistens unmeßbar ist. Bei den Verbindungen, die die $\beta_{1,2}$-Linie geben, ist die β_3-Linie stärker und bei diesen Aufnahmen war es auch in den meisten Fällen möglich, die Wellenlänge zu bestimmen. Die erhaltene Wellenlänge von β_3 stimmt innerhalb der Meßfehler mit dem oben angeführten Wert überein.

Lundquist hat weiter die $K\beta$-Gruppe des Kaliums einer ähnlichen Untersuchung unterworfen. Nach den Untersuchungen von Hjalmar enthält diese Gruppe außer der β_1-Linie noch zwei schwächere Linien β'' und β_2. Als Wellenlängen dieser drei Linien gibt Hjalmar die folgenden Werte an: 3446,38 3442,70 und 3434,(6) XE. Siegbahn und Dolejšek haben mit dem neuen Präzisionsspektrographen für die Wellenlänge der β_1-Linie 3446,80 XE. gefunden. Unter Benutzung einer großen Anzahl von Kalium-Verbindungen hat Lundquist auch die beiden Linien β_1 und β'' einer eingehenden Untersuchung gewidmet, aber keine Spur von Einflüssen wegen der chemischen Bindung nachweisen können. Auf sämtlichen Platten wurden die beiden Linien erhalten. Nur an einigen Platten hat Lundquist winzige Spuren einer Linie gefunden die der erhaltenen Wellenlänge nach Hjalmars β_2-Linie entsprechen sollte. Als Mittelwert der Wellenlänge der β_1-Linie aus zwölf Aufnahmen erhielt Lundquist 3446,99 XE. und für die β''-Linie 3443,09 XE.

Wie oben erwähnt wurde, hat Bäcklin bei den α-Linien der Elemente mit kleineren Ordnungszahlen die sehr interessante Entdeckung gemacht, daß auch diese Linien von der Umgebung des emittierenden Atoms abhängig sind. Diese Entdeckung von Bäcklin wurde zufälligerweise bei einer Untersuchung des Dublettabstandes der $\alpha_1\alpha_2$-Linien dieser Elemente gemacht, wobei Bäcklin fand, daß für Aluminium unter Benutzung von Al_2O_3 als emittierende Substanz das Dublett gegen kürzere Wellen verschoben war im Verhältnis zu dem Dublett, das erhalten wurde, wenn metallisches Aluminium als Antikathode und emittierende Substanz benutzt wurde. Die Lage der α_1-Linie in den Untersuchungen von Bäcklin wurde relativ zum Schatten eines gerade vor der photographischen Platte aufgespannten Wolframdrahts bestimmt. In der untenstehenden Zusammenstellung der Resultate von Bäcklin bedeutet $\Delta\alpha_1$ den Abstand α_1-Linie—Drahtkreuz und $\Delta\lambda$ die Verschiebung relativ zu der α_1-Linie des freien Elements.

Element	Emittierende Substanz	$\Delta\alpha_1$ in mm	$\Delta\lambda$ in XE.
13 *Al*	Met. Aluminium	0,365	
	Al_2O_3 auf *Cu*-Antikathode	0,046	1,72
14 *Si*	*Si* (amorph) auf *Cu* Antikathode	0,484	
	SiO_2 auf *Cu*-Antikathode	0,643	2,34
15 *P*	*P* (rot) auf *Cu* Antikathode	0,273	2,72
	P_2O_5 auf *Cu*-Antikathode	0,422	
	Na_2PO_4 auf *Cu*-Antikathode		
	P (rot) auf *Cu*-Antikathode	0,298	
	P_2O_5 auf *Cu*-Antikathode	0,443	
16 *S*	*S* auf Aluminium-Antikathode	0,795	
	$BaSO_4$ auf Aluminium-Antikathode	1,138	3,05

Bei den Untersuchungen der drei ersten Elemente hat Bäcklin auch gezeigt, daß die Verhältnisse nicht geändert wurden, wenn anstatt der Oxyde die Verbindungen K_2AlO_3, Na_2SiO_3 und Na_3PO_4 als emittierende Substanzen benutzt wurden.

XI. Über den Comptoneffekt bei den Röntgenstrahlen.

Nach Veröffentlichung der ersten Untersuchungen von Compton 1922 über den nach ihm benannten Effekt bezweckten die meisten experimentellen Arbeiten auf diesem Gebiet die Feststellung der Existenz dieses Effekts. Im folgenden wird eine kurze Zusammenstellung dieser experimentellen Arbeiten gegeben, die sich aber nur auf solche Untersuchungen beschränkt, die rein röntgenspektroskopischer Natur sind. Betreffs der früheren experimentellen Arbeiten von Duane und seinen Mitarbeitern über die „tertiäre" Röntgenstrahlung muß aber auf die vielen Originalarbeiten hingewiesen werden.

Der Comptoneffekt besteht wie bekannt darin, daß bei Streuung von Röntgen- wie auch von γ-Strahlung eine Härteverminderung der Strahlung stattfindet. Von den verschiedenen Theorien, die für diese Erscheinung aufgestellt wurden, hat Wentzel in dieser Zeitschrift eine vorzügliche Zusammenfassung gegeben, auf die hier hingewiesen wird. Wir geben hier nur den Ausdruck wieder, der, nach der von Compton und unabhängig von ihm gleichzeitig von Debye gegebenen Theorie, die Größe dieser Wellenlängenänderung in AE. angibt:

$$\Delta\lambda = \lambda_\Theta - \lambda_0 = 2 \cdot \frac{h}{m \cdot c} \sin^2 \frac{\Theta}{2};$$

λ_0 = Wellenlänge des primären Strahls,
λ_Θ = Wellenlänge des gestreuten Strahls,
h = Plancks Konstante,
c = Lichtgeschwindigkeit,
m = Masse des Elektrons,
Θ = Streuwinkel, d. h. der Winkel zwischen dem primären und dem gestreuten Strahl.

Durch Einsetzen der numerischen Werte von h, m, c, erhält man:

$$\Delta\lambda = \lambda_\Theta - \lambda_0 = 2 \cdot 0{,}0242 \cdot \sin^2 \frac{\Theta}{2}.$$

In Fig. 42 ist die von Compton benutzte Versuchsanordnung dargestellt. Als Strahlungsquelle dient eine Coolidgeröhre von dem in Fig. 8 abgebildeten Typ. Unmittelbar in der Nähe der Röhrenwand ist der Radiator R so angebracht, daß er mit den beiden Spalten S_1 und S_2 in gerader Linie liegt. Die gestreute Strahlung wird von einem Kalkspatkristall K in die Ionisationskammer J reflektiert. In Fig. 43 sind einige von den ersten von Compton erhaltenen Linienbildern wiedergegeben. Als Radiator wurde bei sämtlichen Aufnahmen Graphit verwendet und als Primärstrahlung die $K\alpha$ Strahlung von Molybdän.

Von den in Fig. 43 wiedergegebenen Aufnahmen, die mit Kalkspat gemacht sind,

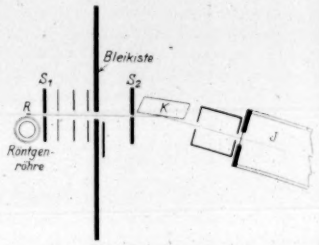


Fig. 42.

zeigen die mit A bezeichneten die $MoK\alpha$-Linie, wie sie ohne den Radiator mit der primären Strahlung erhalten ist. In den übrigen sind sowohl die $MoK\alpha$-Linie ohne Radiator als auch unter Benutzung dieser aufgenommen.

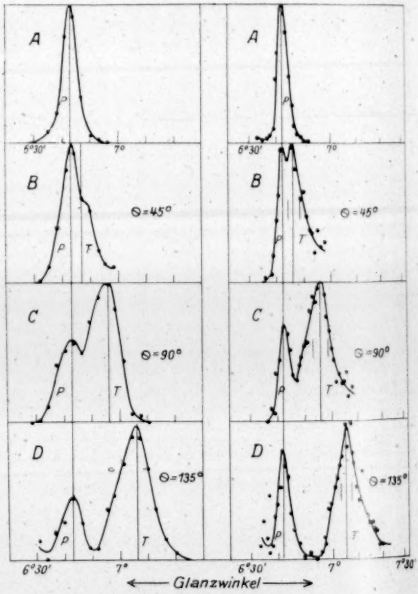


Fig. 43.

Wie aus diesen Aufnahmen hervorgeht, wächst die Wellenlänge der „verschobenen" Linie mit wachsendem Wert des Streuwinkels Θ, wie die Theorie fordert. Durch vorbereitende Untersuchungen mit der K-Strahlung von Wolfram fand auch Compton hier eine Bestätigung der Theorie.

Im Jahre 1923 wurde von Ross der erste Nachweis des Comptoneffekts mit der photographischen Methode veröffentlicht. Auch bei dieser Untersuchung wurde die $MoK\alpha$-Strahlung benutzt und als Radiator Paraffin. Als Streuungswinkel wurde von Ross 90° verwendet. Nach Ross bietet die photographische Methode gewisse Vorteile vor der Ionisationsmethode, die hauptsächlich darin liegen, daß es unter Benutzung langer Expositionszeiten möglich ist feinere Spalten und größere Dispersion zu benutzen, wodurch die Genauigkeit bedeutend erhöht wird. Bei dieser Untersuchung von Ross wurde eine Expositionszeit von 100 Stunden verwendet. Ross findet außer der verschobenen Linie, die auf der Platte sehr kräftig und breit hervortrat, eine schwache Linie gerade an dem Ort der unverschobenen Linie. Diese Linie hatte Compton nicht wahrgenommen. Die Erklärung dieser Linie wurde später gegeben, und war, daß die Linie dadurch entsteht, daß ein Lichtquant von einem Atom anstatt von einem Elektron gestreut wird. Die von Ross gefundene Verschiebung war in guter Übereinstimmung mit der Theorie und betrug 0,025 ÅE.

Daß die Größe der Verschiebung von der Beschaffenheit des Radiators unabhängig ist, geht aus den späteren Untersuchungen hervor. Betrachten wir zuerst die Untersuchungen, die mit der Ionisationsmethode gemacht wurden. Compton und Woo haben unter Benutzung dieser Methode und unter Verwendung des von Soller (S. 30) konstruierten Multipelspalts eine Reihe Untersuchungen mit $MoK\alpha$-Strahlung für verschiedene Stoffe als Radiatoren gemacht. Diese Aufnahmen, die mit Kalkspat gemacht sind, sind in Fig. 44 wiedergegeben und umfassen Li, B, C, H_2O, Na, Mg und Al. Auf jeder Aufnahme tritt auf dem Platz der direkten $MoK\alpha$-Linie eine schwache Linie auf, wie Ross vorher zuerst gefunden hatte. Innerhalb der Meßfehler zeigt jede Aufnahme für die verschobene Linie eine Verschiebung, deren Größe in Übereinstimmung mit der Theorie steht. Die mit M bezeichneten Punkte entsprechen dem theoretischen Wert und die mit T bezeichneten Punkte entsprechen der Lage einer „tertiären" Linie nach Duane.

Diese Untersuchungen sind später von Woo fortgesetzt. Diese Messungen von Woo umfassen als Radiatoren die folgenden Substanzen und Streuwinkel:

$NaCl$	142°
Mg	135°
Al	135°
Si	135°
S	130°.

Für sämtliche Radiatoren wurde die $K\alpha$-Strahlung von Molybdän benutzt und als Resultat ging eine gute Übereinstimmung mit der Theorie innerhalb der Meßfehler hervor.

Von neueren Messungen nach der Ionisationsmethode sind die von Duane und Allison (1925) publizierten zu erwähnen. Diese Messungen sind auch unter Benutzung der $K\alpha$-Strahlung von Molybdän gemacht. Als Radiatoren wurden die folgenden Substanzen benutzt:

Li, Be, C, Na, $NaCl$, Mg, Al und S.

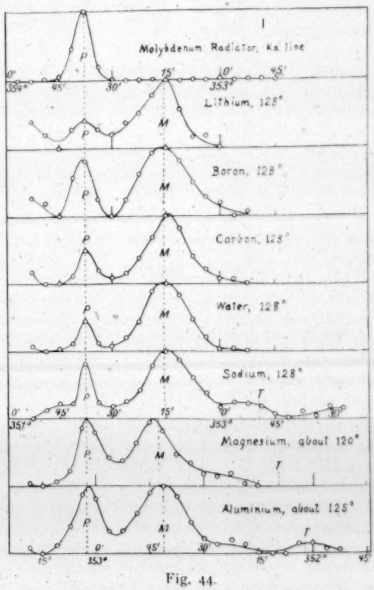


Fig. 44.

Die erhaltenen Resultate bestätigen die Ergebnisse, die von anderen Forschern unter Benutzung derselben Strahlung erhalten worden sind. Besonders eingehend sind die von Allison und Duane mit Al und Li als Radiatoren gemachten Untersuchungen.

Wie aus den erwähnten Untersuchungen nach der Ionisationsmethode hervorgeht, sind es ausschließlich leichte Elemente, die hier als Radiatoren benutzt worden sind. Die Ursache, daß nicht schwerere Elemente als Radiatoren benutzt werden, ist hauptsächlich technischer Natur und liegt vor allem darin, daß man das auf den Radiator fallende Röntgenlicht nicht hinreichend intensiv bekommen kann. Die Intensität wird zwar durch Verwendung von Röhren

mit kleinerem Diameter größer, aber diese Röhren haben eine kurze Lebensdauer. Ross hat aber gezeigt, daß es auch möglich ist, mit einer gewöhnlichen Coolidgeröhre unter Benutzung von schwereren Elementen als Radiatoren den Comptoneffekt nachzuweisen. Der Versuch wurde unter Benutzung zweier gewöhnlicher technischer Coolidgeröhren mit Wolfram- bzw. Molybdänantikathode ausgeführt. In diesen beiden Röhren war die Glühspirale von einer schalenförmigen Hülse aus Molybräu umgeben und diese Hülse verwendete Ross als Radiator. Die Röntgenröhre wurde in einer solchen Lage an dem Spektrometer angebracht, daß die Linie zwischen den Spalten des Spektrometers die Röhrenwand innerhalb des Antikathodenschattens durchsetzte. Die gestreuten Strahlen, die von dem Spektrometer empfangen wurden, kamen also von den inneren Seitenflächen der erwähnten Hülse. Für die Wolframröhre mit der Molybdänhülse als Radiator erhielt Ross für einen Streuwinkel von 160° eine Verschiebung gleich:

$$\Delta\lambda = (0{,}047 + 0{,}002)\ \text{ÅE.},$$

während der berechnete Wert von $\Delta\lambda$ gleich 0,0469 ÅE. war.

Mit der Molybdänröhre wurde auch ein Wert der Verschiebung erhalten, der in Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert war. Mit beiden Röhren waren auch unter Verwendung von dem Streuwinkel 110°-Aufnahmen gemacht worden. Die hier gefundene Verschiebung betrug:

$$\Delta\lambda = (0{,}035 \pm 0{,}002)\ \text{ÅE.},$$

der berechnete Wert ist 0,0325 ÅE.

Gehen wir zu den Untersuchungen des Comptoneffekts nach der photographischen Methode über, so sind hier in erster Linie die Untersuchungen von Ross zu erwähnen. Unter Benutzung der $MoK\alpha$-Strahlung hat Ross die Verschiebung bei der Streuung mit den folgenden Radiatoren und Streuwinkeln untersucht:

Radiator	Streuwinkel
Paraffin	30°
„	60°
„	90°
Graphit	90°
Aluminium	90°
Kupfer	90°
Silber	90°
Blei	90°

Die Expositionszeiten variierten zwischen 90 und 140 Stunden bei einer Spannung von 30 Kilovolt und einer Stromstärke von 30—40 MA. Für sämtliche Aufnahmen zeigte Ross, daß die erhaltene Verschiebung in Übereinstimmung mit der Theorie ist. Später haben Ross und Webster durch vorbereitende Untersuchungen den Comptoneffekt bei der K-Strahlung von Wolfram nachgewiesen. Als Radiatoren wurden Glas, Graphit und Silber verwendet. Die benutzten Streuwinkel waren der Reihe nach 170°, 135° und 135°.

Becker hat unter Verwendung größerer Dispersionen den Comptoneffekt der K-Linien α_1, α_2 und β von Molybdän mit der photographischen Methode untersucht und erhielt nach einer Exponierung von 61 Stunden mit einem Abstand von 42 cm zwischen dem Kristall und dem Film für sämtliche Linien eine Verschiebung von 0,0275 ÅE. bei einem Streuwinkel von 100°. Bei einem Abstand zwischen Kristall und Film von 21 cm und mit demselben Streuwinkel wie früher wurde die Verschiebung der $\alpha_1\alpha_2$-Linie 0,026 ÅE. und die der β-Linie 0,025 ÅE. Kallman und Mark, die ebenfalls

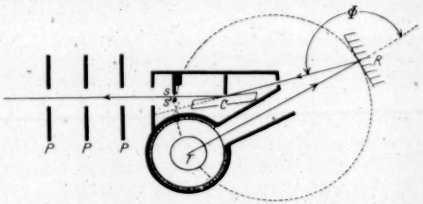


Fig. 46.

die photographische Methode verwenden, haben für die K-Molybdänstrahlung mit Graphit als Radiator für die Streuwinkel 72° und 90°, für die α- und β-Linie von Mo die Verschiebungen:

90°	72°	
0,0241 ÅE.	0,0170 ÅE.	(Exp.)
0,0243 „	0,0168 „	(Theor.)

gefunden. In Fig. 45 (Tafel I) ist eine Aufnahme von Kallman und Mark wiedergegeben.

Unter Verwendung der in Fig. 46 abgebildeten Versuchsanordnung hat Sharp eine genaue Bestimmung der Verschiebung der $MoK\alpha$-Linie unter Benutzung von Paraffin als Radiator gemacht. Die benutzte Röntgenröhre ist von demselben Typ wie die von Compton konstruierte Röhre (S. 28). Die Röhre ist von einem Bleimantel umgeben, der durch eine 12 mm dicke Schicht aus Glimmer von den Röhrenwänden isoliert ist. Der Radiator ist mit R bezeichnet, S ist die Spalte und $P—P—P$ sind Bleischirme, hinter denen der photographische Film angebracht ist. Der Winkel Φ wurde auf optischem Wege zu 169°,7 bestimmt. Von 16 photometrischen Aufnahmen und nach Einführung der nötigen Korrektionen erhält Sharp als Wert der Verschiebung der $MoK\alpha$-Linie:

$$\Delta\lambda = (0{,}04825 \pm 0{,}00017)\ \text{ÅE.}$$

Der von Sharp nach der Theorie berechnete Wert war:

$$\lambda\lambda \quad (0{,}04798 \pm 0{,}00009)\ \text{AE}.$$

Tabelle LIV.

Ursprung des Elektrons (Gruppe)	Primärstrahlung	Frequenzdifferenz berechnet aus		beobachtet
Radiator: Kupfer (Metall).				
L.	$CuK\alpha$	$CuK\alpha - CuL$	= 175	172 st.
L. o. v.	$CuK\beta$	$CuK\beta - CuL$	= 194	193 st.
Fr.	$CuK\alpha$	$CuK\alpha$	= 195	
Fr.	$CuK\beta$	$CuK\beta$	= 216	217 schw.
K.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - CuK$	= 275	270 st.
K.				287 schw.
K.	$RhK\beta$	$RhK\beta - CuK$	= 334	313 st.
L.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - CuL$	= 408	401 st.
L. o.	$RhK\beta$	$RhK\beta - CuL$	= 529	502 schw.
Fr.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha$	= 490	
Fr.	$RhK\beta$	$RhK\beta$	= 551	552 s. schw.
Radiator: Zink (Oxyd).				
L.	$ZnK\alpha$	$ZnK\alpha - ZnL$	= 185	189 st.
L. o.	$ZnK\beta$	$ZnK\beta - ZnL$	= 208	215 st.
Fr.	$ZnK\alpha$	$ZnK\alpha$	= 209	
Fr.	$ZnK\beta$	$ZnK\beta$	= 232	234 schw.
K.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - ZnK$	= 267	260 st.
K.				280 schw.
K.	$RhK\beta$	$RhK\beta - ZnK$	= 328	318 st.
L.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - ZnL$	= 466	456 st.
Radiator: Aluminium (Metall).				
K.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - AlK$	= 452	448 schw.
K.	$RhK\beta$	$RhK\beta - AlK$	= 513	502 s. schw.
Radiator: Arsenik (Oxyd).				
L.	$AsK\alpha$	$AsK\alpha - AsL$	= 221	222
L. o.	$AsK\beta$	$AsK\beta - AsL$	= 250	251 st.
Fr.	$AsK\alpha$	$AsK\alpha$	= 252	
Fr	$AsK\beta$	$AsK\beta$	= 285	270 schw.
L.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - AsL$	= 455	442 st.
L. o.	$RhK\beta$	$RhK\beta - AsL$	= 516	507 schw.
Fr.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha$	= 490	
Fr.	$RhK\beta$	$RhK\beta$	= 551	563 s. schw.
Radiator: Strontium (Oxyd).				
L.	$SrK\alpha$	$SrK\alpha - SrL$	= 296	292 st.
L. o.	$SrK\beta$	$SrK\beta - SrL$	= 337	314 st.
Fr.	$SrK\alpha$	$SrK\alpha$	= 335	
Fr.	$SrK\beta$	$SrK\beta$	= 385	370 s. schw.
L.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - SrL$	= 442	426 st.
L. o.	$RhK\beta$	$RhK\beta - SrL$	= 503	412 schw.
Fr.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha$	= 490	
Fr.	$RhK\beta$	$RhK\beta$	= 551	544 schw.
Radiator: Molybdän (Oxyd).				
L.	$MoK\alpha$	$MoK\alpha - SrL$	= 364	361 st
L. o.	$MoK\beta$	$MoK\beta - SrL$	= 416	491 st.
Fr.	$MoK\alpha$	$MoK\alpha$	= 424	
Fr.	$MoK\beta$	$MoK\beta$	= 476	475 s. schw.

Tabelle LIV. (Fortsetzung.)

Ursprung des Elektrons (Gruppe)	Primärstrahlung	Frequenzdifferenz berechnet aus		beobachtet
Radiator: Wolfram (Oxyd).				
M.	$WL\alpha$	$WL\alpha - WM$	= 162	164 st.
M. o.	$WL\beta$	$WL\beta - WM$	= 202	203 st.
Fr.	$WL\alpha$	$WL\alpha$	= 202	
M. o.	$WL\gamma$	$WL\gamma - WM$	= 242	241 st.
Fr.	$WL\beta$	$WL\beta$	= 242	
Fr.	$WL\gamma$	$WL\gamma$	= 282	277 s. schw.
				330 schw.
M.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - WM$	= 450	445 st.
Fr.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha$	= 490	494 schw.
Fr.	$RhK\beta$	$RhK\beta$	= 551	544 s. schw.
Radiator: Wismut (Oxyd).				
M.	$WL\alpha$	$BiL\alpha - BiM$	= 204	207
M. o.	$WL\beta$	$BiL\beta - BiM$	= 260	260
Fr.	$WL\alpha$	$BiL\alpha$	= 260	
M. o.	$WL\gamma$	$BiL\gamma - BiM$	= 316	312
Fr.	$WL\beta$	$BiL\beta$	= 316	
Fr.	$WL\gamma$	$BiL\gamma$	= 372	368 schw.
N. o.	$RhK\alpha$	$RhK\alpha - BiN$	= 484	479 schw.
Fr.		$RhK\alpha$	= 490	
N. o.	$RhK\beta$	$RhK\beta - BiN$	= 545	538 schw.
Fr.		$RhK\beta$	= 551	

XII. β-Strahlenspektra.

Durch die Untersuchungen von de Broglie über die von einer Substanz bei Bestrahlung mit Röntgenlicht emittierten β-Strahlen ist der Zusammenhang zwischen der charakteristischen β-Strahlung und der erregenden Röntgenstrahlung sowie auch der charakteristischen Röntgenstrahlung des Radiators klargelegt worden. Bei diesen Untersuchungen hat de Broglie dieselbe Versuchsmethodik, magnetische Zerlegung, benutzt, wie sie früher von Rutherford, Rawlinson und Robinson angewendet worden ist.

Diese Untersuchungen von de Broglie ergaben, daß die Energie eines durch ein Röntgenstrahlenquant $h\nu$ ausgelösten β-Partikels als Differenz dieses Quants und der Ablösungsarbeit $h\nu_G$ des β-Partikels vom Atom ausgedrückt werden kann. Bezeichnet man die Energie des ausgelösten Elektrons mit E, so ergibt die Theorie

$$E = h\nu - h\nu_G,$$

wo ν die Frequenz der erregenden homogenen Röntgenstrahlung und ν_G die Frequenz der verschiedenen Absorptionsgrenzen der Atome des Radiators ist. Durch Verwendung einer Anzahl von verschiedenen Elementen als Radiatoren hat

Tabelle LV.

Element Nr.	K	L_I	L_{II}	L_{III}	M_I	M_{II}	M_{III}
83 *Bi*	—	—	—	—	296,5	272,5	235,2
82 *Pb*	—	—	—	—	284,3	263,0	227,1
79 *Au*	—	—	—	—	253,6	232,9	202,2
74 *W*	—	—	—	—	208,5	189,4	167,5
56 *Ba*	—	443,3	414,1	386,0	95,8	84,0	79,0
53 *J*	—	383,1	356,6	337,5	80,0	66,5	
50 *Sn*	—	329,8	307,8	290,7	65,3	52,7	
47 *Ag*	—	280,0	260,1	246,2		47,1—39,3	
42 *Mo*	—	212,1	193,4	186,1			
38 *Sr*	—	165,2	140,8	145,8			
29 *Cu*	—	82,0	69,7	—	6,5		
20 *Ca*	297,6	—	—	—			
19 *K*	266,2	—	—	23,8			
16 *S*	183,3	—	—	16,5			
12 *Mg*	99,6	—	—	8,0			
11 *Na*	81,3	—	—	—			
8 *O*	42,3	—	—	—			

de Broglie die Richtigkeit dieser Auffassung bestätigt. So hat de Broglie z. B. unter Verwendung einer Silberplatte als Radiator mit der K-Strahlung von Wolfram eine Aufnahme bekommen, die sechs Linien zeigte. Drei von diesen korrespondierten mit der $WK\alpha_1$-, α_2- und β-Strahlung und die Energie der Elektronen, die die Entstehung dieser Linien verursacht hatten, genügte den drei Energiebeziehungen:

$$1.\ E_1 = h\nu_{WK\alpha_1} - h\nu_{AgK},$$
$$2.\ E_2 = h\nu_{WK\alpha_2} - h\nu_{AgK},$$
$$3.\ E_3 = h\nu_{WK\beta} - h\nu_{AgK}.$$

Die Verminderung der Energie wäre also hier dem Entfernen eines Elektrons aus der K-Gruppe des Silberatoms zuzuschreiben. Die übrigen drei Linien korrespondierten mit der charakteristischen Sekundärstrahlung von Silber und die Energien der den verschiedenen Linien entsprechenden Elektronen könnten durch die folgenden Beziehungen dargestellt werden:

$$E_4 = h\nu_{AgK\alpha} - h\nu_{AgL},$$
$$E_5 = h\nu_{AgK\beta} - h\nu_{AgL},$$
$$E_6 = h\nu_{AgK\alpha} - h\nu_{AgM},$$
$$E_7 = h\nu_{AgK\beta} - h\nu_{AgM}.$$

Diese von de Broglie dargestellte Theorie wurde ferner durch die Untersuchungen von Whiddington und Robinson bestätigt.

Whiddington hat die Versuchsmethodik noch weiter entwickelt und konnte vermittelst der in Fig. 47 wiedergegebenen Apparatur die Exponierungszeit beträchtlich vermindern. Die Röntgenröhre aus Quarz war mit einer herausnehmbaren luftgekühlten Kathode versehen. Die Antikathode T war aus Rhodium und mit Wasserkühlung versehen. Gerade unter T und in einem Abstand von etwa 1 cm ist die „Spalt-Kammer" angebracht, die in Fig. 47 in größerem Maßstab abgebildet ist. Die zu benutzende Substanz wurde an drei Innenwänden der Spalt-Kammer angestrichen. Das Aussehen der Kamera und die Anbringungsweise der photographischen Platte geht aus der Fig. 47 hervor. Die Spalte hatte eine Breite von 0,5 mm. Das Magnetfeld wurde von zwei eisenfreien Spulen hergestellt, die in geeignetem Abstand voneinander angebracht wurden, so daß das magnetische Feld durch die Kamera homogen wurde. Um die Einwirkung des äußeren magnetischen Feldes auf die Kathodenstrahlenbündel in der Röntgenröhre zu kompensieren, wurden zwei mit den oben erwähnten Spulen in Serie geschaltete kleinere Spulen an geeigneter Stelle angebracht. Die von Whiddington erhaltenen Resultate sind in Tabelle LIV zu finden. Vermittelst der aus der Beziehung:

$$\frac{mv}{e} = rH.$$

m = Masse des Elektrons,
v = Geschwindigkeit,
e = Ladung des Elektrons,
r = Radie der Kurvatur,
H = Feldstärke,

erhaltenen Geschwindigkeit wurden die Frequenzen aus der Beziehung:

$$h\nu = {}^1/_2\, m \cdot v^2$$

berechnet. Bei diesen Berechnungen wurde auf die Relativitätskorrektion der Elektronenmasse Rücksicht genommen. In der Tabelle sind die Fälle mit Fr. bezeichnet, in welchen nach Whiddington das Elektron seinen Ursprung in den äußeren Schalen hat oder wo es als frei betrachtet werden kann.

Als ein großer Fortschritt auf diesem Forschungsgebiet können die von Robinson gemachten sehr schönen Untersuchungen betrachtet

Tabelle LV.

M_{IV}	M_V	N_I	N_{II}	N_{III}	N_{IV}	N_V	$N_{VI, VII}$, O
200.3	191,6	71.3	61,0	51.0	38,2	33.3	8,8
191,6	182.6		49.0		31.4		8,2
107.9	161,5		54.2—38,6		22.6		1,8
139,0	133,2		31.4		17,2		—0,5
58,5			13.9			—0,4	
46,0				9,2			
35.5				7,6			
25,8				1.8			

werden. Als Radiatoren wurden von Robinson die folgenden Substanzen benutzt:

Bi (Bi_2O_3), *Pb* (Metall), *Au* (Metall), Wolfram (Metall und WO_2), *Ba* ($BaCo_3$), *J* (*LiJ* und *AgJ*), *Sn* (Metall), *Ag* (Metall und *AgJ*), *Mo* (Metall), *Sr* ($SrCO_3$), *Cu* (Metall).

Weiter wurden für die Elemente: *Ca*, *K*, *S*, *Mg*, *Na* und *O* als Radiatoren die Verbindungen: $CaSO_4$, $CaCO_3$, K_2SO_4, MgO und Na_2SO_4 benutzt.

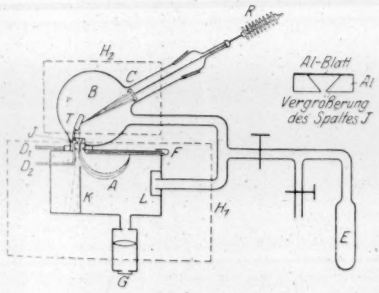


Fig. 47.

Die von Robinson benutzte homogene Strahlung, die $K\alpha$-Strahlung von Kupfer, wurde durch Filtrieren der Strahlung einer Kupferantikathode erhalten. Als Filter wurden dünne Nickelfolien mit einer Dicke von 0,015 — 0,025 mm benutzt, welche Dicke hinreichend war, um die $K\beta$-Strahlung ganz zu absorbieren, was durch wiederholte vorbereitende Versuche konstatiert wurde. Das Magnetfeld wurde vermittelst zweier Spulen nach Gaugin-Helmholtz erhalten. Von diesen wurde im Zentrum eine Feldstärke von 24 Gauß für jedes Ampère hervorgebracht.

Dank der benutzten monochromatischen Strahlung wurde es möglich, die Energiewerte der Niveaus von den verschiedenen Atomen des Radiators zu bestimmen. Die von Robinson auf diese Weise bestimmten ν/R-Werte sind in der Tabelle LV zusammengestellt. Wie man durch Vergleich mit den ν/R-Werten der Tabelle XXXVII sieht, sind die Übereinstimmungen sehr gut.

Literaturverzeichnis.

1921.

Behnken, H., Das kontinuierliche Röntgenspektrum. Zeitschr. f. Phys. **4**, 241, 1921.

Bragg, W. L., R. W. James and C. H. Bosanquet, The Intensity of Reflexion of *X*-rays by Rock-Salt. Phil. Mag. **41**, 309; **42**, 1, 1921.

—, u. Bosanquet, Über die Streuung der Röntgenstrahlen durch die Atome eines Kristalls. Zeitschr. f. Phys. **8**, 77, 1922.

—, W. H., The Intensity of *X*-ray Reflexion by Diamond. Nature **107**, 477, 1921.

Broglie, Louis de, Sur la théorie de l'absorption des rayons *X* par la matière et le principe de correspondance. Compt. rend. **173**, 1456, 1921.

Broglie, Maurice et Louis de, Sur le modèle d'atome de Bohr et les spectres corpusculaires. Compt. rend. **172**, 746, 1921.

Broglie, Maurice de, Sur les spectres corpusculaires des éléments. Compt. rend. **172**, 274, 1921.

—, Sur les spectres corpusculaires. Compt. rend. **172**, 802, 1921.

—, Les phénomènes photo-électriques pour les rayons *X* et les spectres corpusculaires des éléments. Journ. de phys. et le Radium (6) **2**, 165, 1921.

Compton, A. H., Secondary High-frequency Radiation. Phys. Rev. **18**, 96, 1921.

—, The Width of *X*-ray Spectrum Lines. Phys. Rev. **18**, 322, 1921.

—, A Possible Origin of the Defect of the Combination Principle in *X*-rays. Phys. Rev. **18**, 336, 1921.

—, and C. F. Hagenow, The Polarisation of secondary *X*-rays. Phys. Rev. **18**, 97, 1921.

Coster, D., Zur Systematik der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **6**, 185, 1921.

—, On the emission and absorption wave-lengths of the characteristic radiation in the *L*-series. Phys. Rev. **18**, 218, 1921.

Coster, D., Über das Kombinationsprinzip in den Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **5**, 139, 1921.
—, Präzisionsmessungen in der L-Serie der schwereren Elemente. Zeitschr. f. Phys. **4**, 178, 1921.
—, Le principe de combinaison et la loi de Stokes dans les séries de rayons X. Compt. rend. **172**, 1176, 1921.
—, Sur la structure fine des séries de rayons X. Compt. rend. **173**, 77, 1921.
Crowther, J. A., „P"-Radiation. Phil. Mag. **42**, 719, 1921.
Dauvillier, A., Sur le fonctionnement du Tube Lilienfeld. Compt. rend. **172**, 1033, 1921.
—, Sur le principe de combinaison et les raies d'absorption dans les spectres de rayons X. Compt. rend. **173**, 35, 1921.
—, Sur la structure de la série L. Compt. rend. **172**, 915, 1921.
—, Sur les séries L de l'uranium et le principe de combinaison dans les spectres de rayons X. Compt. rend. **172**, 1350, 1931.
Davis, B., and W. M. Stempel, The Reflexion of X-rays from Calcite. Phys. Rev. (2) **17**, 526, 1921.
— —, An Experimental Study of the Reflexion of X-rays from Calcite. Phys. Rev. **17**, 608, 1921.
Dershem, E., and C. T. Dozier, The Concentration of Monochromatic X-rays by Crystal Reflexion. Phys. Rev. **17**, 519, 1921.
—, An X-ray Spectrometer for Determination of Absorption Coefficients. Phys. Rev. **18**, 324, 1921.
Dozier, C. T., An Explanation of X-ray Diffraction Patterns from Rolled Metals. Phys. Rev. (2) **17**, 1519, 1921.
Duane, W., On the Calculation of the X-ray Absorption Frequencies of the Chemical Elements. Proc. Nat. Acad. Sc. (U.S.A.) **7**, 260, 1921.
—, Approx. Computations of X-ray Absorption-frequencies. Phys. Rev. (2) **17**, 431, 1921.
—, and H. Fricke, On the Absorption of X-rays by Chromium, Manganese and Iron. Phys. Rev. **17**, 529, 1921.
—, Palmer and Chi-Sun-Yeh, A Remeasurement of the Radiation Constant h by Means of X-rays. Proc. Nat. Acad. Sc. (U.S.A.) **7**, 237, 1921.
— —, A Remeasurement of the Radiation Constant h by Means of X-rays. Phys. Rev. **18**, 98, 1921.
—, and R. A. Patterson, One the Relative Position of Lines in X-ray Spectra. Phys. Rev. **17**, 259, 1921.
Gilchrist, L., The Width of X-ray Spectral Lines. Phys. Rev. **18**, 89, 1921.
Glocker, R., and M. Kaupp, Die Berechnung des Absorptionsverlustes der Streustrahlung innerhalb des streuenden Körpers. Physik. Zeitschr. **22**, 200, 1921.
— u. W. Traub, Das photographische Schwärzungsgesetz der Röntgenstrahlen. Physik. Zeitschr. **22**, 345, 1921.
Gocht, Hermann, Die Röntgen-Literatur. IV. Teil. (1914—1917.) P. 6605. Stuttgart, Verlag F. Enke, 1921.
Grotrian, W., Das L-Dublett des Neon. Zeitschr. f. Phys. **8**, 116, 1921.
Halberstädter u. Tugendreich, Über die von der Rückseite der Antikathode ausgehende Röntgenstrahlung. Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **28**, 64, 1921.
Hewlett, C. W., The Absorption and Scattering Coefficient for Homogenes X-rays in Several Elements of Low Atomic Weight. Phys. Rev. **17**, 267, 1921.
—, The Mass Absorption and Mass Scattering Coefficient for Homogeneous X-rays of Wave-length between 0,13 and 1,05 Ångström Units in Water, Lithium, Carbon, Nitrogen, Aluminium, Oxygen and Iron. Phys. Rev. **17**, 284, 1921.
Hjalmar, E., Precision Measurements in the X-ray Spectra. Part IV., K-Series, the Element *Ca-Na*. Phil. Mag. **41**, 675, 1921.
—, Beiträge zur Kenntnis der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **7**, 341, 1921.
Holweck, M., Absorption des rayons X de grande longueur d'onde. Liaison entre les rayons X et la lumière. Compt. rend. **172**, 439, 1921.
—, Potentiels critiques relatifs aux discontinuités K et L_1 d'absorption de l'aluminium. Nouv. déterm. de la const. h de Planck. Compt. rend. **173**, 709, 1921.
—, Recherches expérimentales sur la liaison entre les rayons X et la lumière. Journ. chim. phys. **19**, 261, 1921.
Hoyt, F. C., Structure of the L-Series of Tungsten and Platinum. Phys. Rev. **18**, 333, 1921.
Hughes, A. L., The characteristic K-Radiation from Boron. Trans. Proc. Roy. Soc. Canada **15**, 1, 1921.
Hückel, E., Zerstreuung von Röntgenstrahlen durch anisotrope Flüssigkeiten. Physikal. Zeitschr. **22**, 561, 1921.
Jauncey, The Effect of Damping on the Width of X-ray Spectrum Lines. Phys. Rev. **18**, 322, 1921.
Kirkpatrick, Paul, Experiments on Polarisation of X-rays. Phys. Rev. **18**, 323, 1921.
Korn, A., Eine mechanische Theorie der Serienspektra 3. Schwingungsdauer der Röntgenstrahlen und Atomgewicht. Physikal. Zeitschr. **22**, 148, 1921.
Kurth, E. H., Soft X-rays of Characteristic Type. Phys. Rev. **18**, 99, 1921.
—, Soft X-rays of Characteristic Type. Phys. Rev. **17**, 528, 1921.
—, The Extension of the X-ray Spectrum to the Ultraviolet. Phys. Rev. **18**, 461, 1921.
Küstner, Hans, Die wahre Energieverteilung im kontinuierlichen Röntgenspektrum. Verhandl. d. Deutsch. Physik. Ges. (3) **2**, 56, 1921.
—, Der entstellende Einfluß des Spektrometerkristalls auf das kontinuierliche Röntgenspektrum. Zeitschr. f. Phys. **7**, 97, 1921.
Lindh, Axel E., Zur Kenntnis des Röntgenabsorptionsspektrums von Chlor. Zeitschr. f. Phys. **6**, 303, 1921.
Lindh, A. E., Sur les spectres d'absorption du chlore pour les rayons X. Compt. rend. **172**, 1175, 1921.
March, A., Die Energieverteilung im kontinuierlichen Röntgenspektrum. Ann. d. Phys. (4) **65**, 449, 1921.
—, Die Röntgen-Bremsstrahlung. Physikal. Zeitschr. **22**, 200, 1921.
—, Die Energieverteilung im kontinuierlichen Röntgenspektrum. Physik. Zeitschr. **22**, 429, 1921.
Mohler, F. L., and P. D. Foote, Characteristic Low Voltage X-radiation from Arcs in Metallic Vapours. Phys. Rev. **18**, 94, 1921.
—, Soft X-rays from Arcs in Vapours. Journ. Opt. Soc. Amer. **5**, 328, 1921.
Müller, Alex., On an X-ray Bulb with a Liquid Mercury Anticathode and on Wave-length Measurements of the Spectrum of Mercury. Phil. Mag. (6) **42**, 419, 1921.
Overn, Oswald B., An Absolute Scale of X-ray Wavelength. Phys. Rev. **18**, 350, 1921.
Pealing, H., The Reflexion of the X-ray Spectrum of Palladium from Fluorspat. Nature **107**, 477, 1921.
Plimpton, S. J., On the Scattering of Rays in X-ray Diffraction. Phil. Mag. **42**, 302, 1921.
Ratner, S., Polarisation Phenomena in an X-ray Bulb. Nature **107**, 522, 1921.
Reboul, Sur un nouveau rayonnement de courte longueur d'onde. Compt. rend. **173**, 1162, 1921.
Richtmyer, F. K., The Laws of Absorption of X-rays. Phys. Rev. (2) **18**, 13, 1921.
—, The Evidence regarding the so-called „J" Radiation. Phys. Rev. (2) **17**, 433, 1921.
—, Mass Absorption Coefficient as a Function of Wavelength above and below the K X-ray Limit of the Absorber. Phys. Rev. **17**, 264, 1921.
Richardson, O. W., and C. B. Bazzoni, The Excitation of Soft Characteristic X-rays. Phil. Mag. **42**, 1015, 1921.
Ross, P. A., Prelim. Measurements of the Critical Potentials of the M Lines in the X-ray Spectrum of Lead. Phys. Rev. **18**, 336, 1921.

Seemann, H., Ein Präzisions-Röntgenspektrograph. Physikal. Zeitschr. **22**, 580, 1921.
Siegbahn, M., Nouvelles mesures de précision dans le spectre de rayons *X*. Compt. rend. **173**, 1350, 1921.
—, Berichte über die letzte Entwicklung der Röntgenspektroskopie. Jahrb. d. Radioakt. **18**, 240, 1921.
—, A. E. Lindh u. N. Stensson, Über ein Verfahren der Spektralanalyse mittels Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **4**, 61, 1921.
Simons, Lewis, The Beta Ray Emission from Thin Films of the Elements exposed to Röntgen Rays. Phil. Mag. **41**, 120, 1921.
Smekal, A., Bemerkungen zu der Arbeit der Herrn D. Costers zur Systematik der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **7**, 410, 1921.
—, Über die Erklärung der Röntgenspektren. Antwort an Herrn L. Vegard. Physikal. Zeitschr. **22**, 400, 1921.
—, Über die Feinstruktur der Röntgenspektren. Physikal. Zeitschr. **22**, 559, 1921.
—, Zur Feinstruktur der Röntgenserien. (Vorläufige Mitteilung.) Wiener Ber. **130** (2A), 25, 1921.
—, Zur Feinstruktur der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **4**, 26; **5**, 91, 1921.
Sommerfeld, A., Bemerkungen zur Feinstruktur der Röntgenspektren 2. Zeitschr. f. Phys. **5**, 1, 1921.
— u. G. Wentzel, Über reguläre und irreguläre Dubletts. Zeitschr. f. Phys. **7**, 86, 1921.
Stempel, W. M., Reflexion of *X*-rays from Crystals. Phys. Rev. **17**, 521, 1921.
Vegard, L., Über die Erklärung der Röntgenspekten und die Konstitution der Atome. Physikal. Zeitschr. **22**, 271, 1921.
Vogel, W., Anordnung, den Seemannschen Schneidenspektrographen zu Präzisionswellenlängenmessungen zu benutzen. Zeitschr. f. Phys. **4**, 257, 1921.
Weber, A., Neuerungen am Seemannschen Schneidenspektrographen zwecks Präzisionsmessungen. Zeitschr. f. Phys. **4**, 360, 1921.
Webster, D. L., The High Freq. Limits of *X*-ray Spectra at Different Angles from the Cathode Stream. Phys. Rev. **18**, 155, 1921.
—, Some *X*-ray Isochromats. Phys. Rev. **18**, 321, 1921.
Wentzel, G., Zur Systematik der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **6**, 84, 1921.
—, Klassifizierung der *O*- und *P*-Niveaus mittels des Auswahlprinzips für die Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **8**, 85, 1921.
—, Funkenlinien im Röntgenspektrum. Ann. d. Phys. **66**, 437, 1921.
Whiddington, R., Note on the Velocity of *X*-ray Electrons. Proc. Cam. Phil. Soc. **20**, 442, 1921.
Williams, W. E., and B. L. Worshop, Absorption of *X*-rays. Nature **108**, 306, 1921.
Yoshida, Usaburo, On a Mica *X*-ray Spectrometer. Mem. Coll. Sci. Kyoto Imp. Univ. **4**, 343, 1921.
—, and S. Tanaka, The Tungsten *X*-ray Spectrum with a Mica Spectrometer. Mem. Coll. Sci. Kyoto Imp. Univ. **5**, 173, 1921.

1922.

Axelson, T. E., Absorption of *X*-rays in Crystals. Medd. Vetenskapsakad. Nobelinst. 4, No. 10, 1922.
Backhurst, Ivor, Variation of the Intensity of Reflected *X*-radiation with the Temperature of the Crystal. Proc. Roy. Soc. (A) **102**, 340, 1922.
Bohr, N., and D. Coster, Röntgenspektren und periodisches System der Elemente. Zeitschr. f. Phys. **12**, 342, 1922.
Bragg, W. L., and R. W. James, The Intensity of *X*-ray Reflexion. Nature **110**, 148, 1922.
Broglie, M. de, Sur les spectres corpusculaires des éléments. Compt. rend. **174**, 939, 1922.
— et A. Dauvillier, Sur un nouveau phénomène d'absorption observé dans le domaine des rayons *X*. Compt. rend. **174**, 1546, 1922.
Broglie, L. de, Rayons *X* et équilibre thermodynamique. Journ. de Phys. et le Radium (6) **3**, 33, 1922.
Burbridge, P. W., The Absorption of the *K* *X*-rays of Silver in Gases and Gaseous Mixtures. Phil. Mag. **43**, 381, 1922.
—, Note on the Absorption of Narrow *X*-ray Beams. Phil. Mag. **43**, 389, 1922.
Compton, A. H., The Width of *X*-ray Spectrum Lines. Phys. Rev. **19** 68, 1922.
—, The Spectrum of Secondary *X*-rays. Phys. Rev. **19**, 267, 1922.
—, Total Reflexion of *X*-rays from Glass and Silver. Phys. Rev. (2) **20**, 84, 1922.
— and Freeman, The Intensity of *X*-ray Reflexion from Powdered Crystals. Nature **110**, 38, 1922.
Cork, J. M., Characteristic *X*-ray Absorption in the *L*-Series for Elements No. 62 to No. 77. Phys. Rev. **20**, 81, 1922.
Coster, D., On the Spectra of *X*-rays and the Theory of Atomic Structure. Phil. Mag. **43**, 1070, 1922.
—, On the Spectra of *X*-rays and the Theory of Atomic Structure. Phil. Mag. **44**, 546, 1922.
—, On the Principle of Combination and Stokes' Law in the *X*-ray Series. Phys. Rev. **19**, 20, 1922.
—, Sur la série *L* du spectra des rayons *X*. Compt. rend. **174**, 378, 1922.
Darbord, R., Vers la détermination directe de la longueur d'onde des rayons *X*. Journ. de phys. et le radium **3**, 212, 1922.
—, Sur la réflexion des rayons *X* par les cristaux. Journ. de phys. et le radium **3**, 218, 1922.
Darwin, C. G., The Reflexion of *X*-rays from Imperfect Crystals. Phil. Mag. **43**, 800, 1922.
Dauvillier, A., et L. de Broglie. Remarques sur le travail de E. Hjalmar concernant la série *M* des éléments. Compt. rend. **175**, 1198, 1922.
—, Sur la complexité de la série *K* des éléments légers et son interprétation théorique. Compt. rend. **174**, 443, 1922.
—, Sur les series *L* du lutécium et de l'ytterbium et sur l'identification du celtium avec l'élément de nombre 72. Compt. rend. **174**, 1347, 1922.
Davis, B., and H. M. Terrill, The Refraction of *X*-rays in Calcite. Proc. Nat. Acad. Sc. (U.S.A.) **8**, 357, 1922.
—, and W. M. Stempel, Reflection of *X*-rays from Rock-salt. Phys. Rev. **19**, 504, 1922.
Dolejšek, V., Sur les lignes $K\alpha$ des éléments légers. Compt. rend. **174**, 441, 1922.
—, Über die *N*-Serie der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **10**, 129, 1922.
Duane, A. R. and W., The Scattering of *X*-rays at Small Angles. Phys. Rev. **20**, 86, 1922.
—, and K. C. Mazumder, Absorption of Short *X*-rays by Aluminium and Copper. Proc. Nat. Acad. Sc. (U.S.A.) **8**, 45, 1922.
— —, On the Spectra of *X*-rays of Short Wave-length. Phys. Rev. **19**, 536, 1922.
—, and R. A. Patterson, Note on *X*-ray Spectra. Phys. Rev. **19**, 542, 1922.
— —, Note on *X*-ray Spectra. Proc. Nat. Acad. Sc. (U.S.A.) **8**, 85, 1922.
Fritz, O., Zur Wirkung der Verstärkungsschirme bei Röntgenspektrogrammen. Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **29**, 717, 1922.
Gerlach, W., Das $K\alpha$-Dublett, nebst einer Neubestimmung der Gitterkonstanten einiger Kristalle. Physikal. Zeitschr. **23**, 114, 1922.
Gray, J. A., Energy Relations between *X*- and β-rays. Phys. Rev. **19**, 430, 1922.
Grotrian, W., Über das *L*-Dublett des Neon. Verhandl. d. Deutsch. Physik. Ges. (3) **3**, 41, 1922.
Hewlett, C. W., An Experimental Study of the Scattering of Approx. Homog. *X*-rays, etc. Phys. Rev. **20**, 688, 1922.

Hewlett, C. W., Measurements of the Amount of Scattered Homogenous X-rays of Wave-length 0,718 Å pr. gram of Carbon. Phys. Rev. **19**, 265, 1922.

Hjalmar, E., Recherches sur la série M des Rayons X. Compt. rend. **175**, 878, 1922.

Holtsmark, J., Über die charakteristische Röntgenstrahlung von Kohle und Bor. Physik. Zeitschr. **23**, 252, 1922.

Holweck, M. F., Recherches expérimentales sur les rayons X de grande longueur d'onde. Ann. de Phys. **17**, 5, 1922.

Hopfield, J. J., Spectra of Hydrogen, Nitrogen and Oxygen in the Extreme Ultra-violett. Phys. Rev. **20**, 573, 1922.

Hughes, A. Ll., Charact. X-rays from Boron and Carbon. Phil. Mag. **43**, 145, 1922.

Jaeckel, G., Eine neue Anwendung des Röntgenspektrographen. Zeitschr. f. Phys. **9**, 300, 1922.

Jauncey, G. E. M., The Effect of Damping on the Width of X-ray Spectrum Lines. Phys. Rev. **19**, 64, 1922.

—, Secondary X-rays from Crystals. Phys. Rev. **19**, 435, 1922.

—, Effect of Temperature on the X-rays scattered by Crystals. Phys. Rev. (2), **20**, 82, 1922.

—, The Scattering of X-rays by Crystals. Phys. Rev. **20**, 405, 1922.

—, The Effect of Temperature on the Scattering of X-rays by Crystals. Phys. Rev. **20**, 421, 1922.

Kirkpatrick, P., Energy Distribution in Continous X-ray Spectra. Phys. Rev. **20**, 197, 1922.

Knipping, Paul, Zehn Jahre Röntgenspektroskopie. Die Naturwissenschaften **10**, 366, 1922.

Küstner, F., Scharfe Spektrallinien bei kurzer Expositionszeit der Debye-Scherrer-Methode. Physik. Zeitschr. **23**, 257, 1922.

Kulenkampff, H., Über das kontinuierliche Röntgenspektrum. Ann. d. Phys. **69**, 548, 1922.

Lilienfeld, J. E., Die Röntgenstrahlung der Kathode bei der autoelektronischen Entladung. Physikal. Zeitschr. **23**, 506, 1922.

Lindh, A. E., Röntgenabsorptionsspektra och kemisk valens. Pysisk Tidskr. **20**, 132, 1922.

—, Sur le spectre d'absorption de soufre pour les rayons X. Compt. rend. **175**, 25, 1922.

Lindsay, G. A., Sur les limites d'absorption L des éléments Ba—Sb. Compt. rend. **175**, 150, 1922.

March, Die Abhängigkeit der Röntgen-Bremsstrahlung von der Emissionsrichtung. Physik. Zeitschr. **23**, 84, 1922.

Mohler, F. L., and P. D. Foote, X-ray limits beyond the range of spectroscopic measurements. Phys. Rev. **20**, 82, 1922.

— —, Characteristic Soft X-rays from Arcs in Gases and Vapours. Scient. Pap. Bur. of Stand. **17**, 471, 1922.

Odencrantz, A., Om det kontinuerliga röntgenspektret och dess fotografiska verkningar. Fysisk Tidskr. **20**, 125, 1922.

Rätner, S., Polarization Phenomena in X-ray Bulbs. Phil. Mag. **43**, 193, 1922.

Richtmyer, F. K., „$J^{\prime\prime}$"-Radiation, A Summary. Phys. Rev. **19**, 418, 1922.

Rogers, J. S., High Frequency Spectra, K series of Platinum. Proc. Roy. Soc. Victoria **34**, 196, 1922.

Rosseland, S., Om Intensiteten av karakteristiske röntgenstraaler. Fysisk Tidskr. **20**, 124, 1922.

Seemann, H., Präzisions-Röntgenspektrograph. Zeitschr. f. techn. Phys. **3**, 57, 1922; Elektrotechn. Zeitschr. **43**, 220, 1922.

Shearer, G., The Emission of Electrons by X-rays. Phil. Mag. **44**, 793, 1922.

Siegbahn, M., Erhöhung der Meßgenauigkeit innerhalb der Röntgenspektren I. Zeitschr. f. Phys. **9**, 68, 1922.

—, u. V. Dolejšek, Erhöhung der Meßgenauigkeit innerhalb der Röntgenspektren II. Zeitschr. f. Phys. **10**, 159, 1922.

Statz, W., Eine experimentelle Bestimmung des wahren Absorptionskoeffizienten von harten Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **11**, 304, 1922.

Staunig, Erfahrungen über die Verwendbarkeit des Röntgenspektrometers von March, Staunig und Fritz. Münch. med. Wochenschr. **69**, 933, 1922.

Stintzing, H., Hochvakuumspektrograph für das Gebiet der ultravioletten und Röntgen-Strahlen. Physik. Zeitschr. **23**, 467, 1922.

Stuhlman, O., The Extension of the X-ray into the Ultra-violet Spectrum. Science **56**, 344, 1922.

Taylor, E. G., Absorption Coefficients for Homogenous X-rays. Phys. Rev. **20**, 709, 1922.

Vogel, W., Präzisionsmessungen von Röntgenspektren mittels des Schneidenspektrographen. Diss. Bonn 1922.

Wagner, E. u. H. Kulenkampff, Die Intensität der Reflexion von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge an Kalkspat und Steinsalz. Ann. d. Phys. (4) **68**, 369, 1922.

Wentzel, Gregor, Bericht über neuere Ergebnisse der Röntgenspektroskopie. Naturwissenschaften **10**, 369, 1922.

—, Röntgenspektren und chemische Valenz. Naturwissenschaften **10**, 464, 1922.

Whiddington, R., X-ray Electrons. Phil. Mag. **43**, 1116, 1922.

Wingårdh, K. A., Untersuchungen über die Absorption der Röntgenstrahlen I. Zeitschr. f. Phys. **8**, 363, 1922.

De Wisniewski, F., Essai de théorie de l'influence du champ magnétique sur l'emission des rayons X. Arch. sc. phys. et mat. **4**, 120, 1922.

1923.

Auger, P., et A. Dauvillier, Sur l'existence de nouvelles lignes, dont un doublet de Sommerfeld, exclues par le principe de selection, dans la série L des éléments lourds. Compt. rend. **176**, 1207, 1923.

Barkla, C. G., and Rhoda Sale, Notes on X-ray Scattering and on J-radiations. Phil. Mag. **45**, 737, 1923.

Becker, J. A., Magnetic β-ray Analysis of Soft X-rays. Phys. Rev. **22**, 524, 1923.

Bothe, W., Über eine neue Sekundärstrahlung der Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **16**, 319, 1923.

—, Über eine neue Sekundärstrahlung der Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **20**, 337, 1923.

Broglie, M. de, et J. Cabrera, Étude des rayons X au moyen de leur effet photo-électrique. Journ. de physique et le radium **6**, 224, 1923.

—, et E. Friedel, La diffraction des rayons X par les corps smectiques. Compt. rend. **176**, 738, 1923.

Cabrera, J., Über die Grenzen der Absorption der K-Serie bei einigen Elementen. Anales soc. española Fis. Quim. **21**, 245, 1923.

—, On the absorption limits of the K series for certain elements. Compt. rend. **176**, 740, 1923.

Cermak, P., Die Röntgenstrahlen. Verlag J. A. Barth. 1923.

Clark, G. L., and W. Duane, The Abnormal Reflexion of X-rays by Crystals. Science **58**, 400, 1923.

— —, A New Method of Crystal Analysis and the Reflexion of Characteristic X-rays. Journ. Opt. Soc. Amer. **7**, 455, 1923.

— —, On the Abnormal Reflexion of X-rays by Crystals. Proc. Nat. Acad. Sc. (U.S.A.) **9**, 131, 1923.

— —, The Reflexion by a Crystal of X-rays characteristic of Chemical Elements in it. Proc. Nat. Acad. Sc. (U.S.A.) **9**, 126, 1923.

Compton, A. H., Wave-length Measurements of Scattered X-rays. Phys. Rev. **21**, 715, 1923.

—, A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements. Phys. Rev. **21**, 207, 1923.

Compton, A. H., Absorption Measurements of the Change of Wavelength accompanying the Scattering of *X*-rays. Phil. Mag. **46**, 897, 1923.
—, The Spectrum of Scattered *X*-rays. Phys. Rev. **22**, 409, 1923.
Cork, J. M., Characteristic *L*-absorption of *X*-rays for Elements of Atomic Numbers 62 to 77. Phys. Rev. (2) **21**, 326, 1923.
Coster, Nishina u. Werner, Röntgenspektroskopie. Über die Absorptionsspektren in der *L*-Serie der Elemente *La* (57) bis *Hf* (72). Zeitschr. f. Phys. **18**, 207, 1923.
—, Qualitative und quantitative chemische Analyse mittels Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Elektrochemie **29**, 344, 1923.
—, On the *X*-ray Spectra of Hafnium and Thulium. Phil. Mag. **46**, 956, 1923.
Dauvillier, A., Recherches spectrographiques de haute fréquence dans le groupe des terres rares. Compt. rend. **176**, 1381, 1923.
Davis and Terrill, A Determination of the Coefficient of Reflexion of *X*-rays for Calcite and Rock-salt. Phil. Mag. **45**, 463, 1923.
Debye, P., Zerstreuung von Röntgenstrahlen und Quantentheorie. Physik. Zeitschr. **24**, 161, 1923.
Duane, W., and G. L. Clark, On the Abnormal Reflexion of *X*-rays by Crystals. Phys. Rev. **21**, 379, 1923.
Glocker, Die Verwendung der Röntgenstrahlen zur qualitativen chemischen Analyse. Fortschritte auf d. Geb. d. Röntgenstr. **31**, 90, 1923.
Gotthardt, P. P., und A. Wertheimer, Über Wellenlängenmessungen an Therapieröntgenröhren. Münch. med. Wochenschr. **70**, 459, 1923.
Green, J. B., Note on Relativistic Röntgen α-doublets and the Screening constant; a correction. Phys. Rev. **22**, 546, 1923.
—, Note on Relativistic Röntgen *L*-doublets and the „Screening Constant". Phys. Rev. **21**, 397, 1923.
Günther, P., u. I. Stranski, Ein Röntgenspektrograph für chemisch-analytische Zwecke. Zeitschr. f. Physikal. Chemie **106**, 453, 1923.
Hennings, A. E., The Appearance of „Ghosts" in the White Spectrum reflected from Calcite. Phys. Rev. **22**, 524, 1923.
Hjalmar, E., Röntgenspektroskopische Messungen. Beitrag zur Kenntnis der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **15**, 65, 1923. Diss. Lund.
Holtsmark, J., Über die charakteristische Röntgenstrahlung der ersten Elemente. Physik. Zeitschr. **24**, 225, 1923.
Holweck, F., Propriétés optiques des rayons *X* mous.-Diffraction: Reflexion. Journ. de phys. et le radium **4**, 211, 1923.
Jauncey, G. E. M., and H. L. May, The Scattering of *X*-rays from Crystal at Small Angles. Phys. Rev. **21**, 206, 1923.
Karolus, A., Untersuchung über das kontinuierliche Röntgenspektrum bei verschiedenen Entladungsfrequenzen. Ann. d. Phys. (**4**) 72, 595, 1923.
Kettmann, Über die Intensität von Röntgenspektrallinien bei höheren Spannungen. Zeitschr. f. Phys. **18**, 359, 1923.
Kirkpatrick, P., Continuous Spectral Energy Distribution within the *X*-ray Tube. Phys. Rev. **22**, 37, 1923.
— An Experimental Check of the Optical Theory of *X*-ray Reflexion. Phys. Rev. **22**, 414, 1923.
—, Polarisation of *X*-rays as a Function of Wave-length. Phys. Rev. **22**, 226, 1923.
Kossel, W., Über die Ergiebigkeit der Röntgenfluoreszenz und die Frage des Intensitätsvergleichs an Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlängen. Zeitschr. f. Phys. **19**, 333, 1923.
Kramers, H. A., On the theory of *X*-ray Absorption and the Continuous *X*-ray Spectrum. Phil. Mag. **46**, 836, 1923.
de, A., Zur Theorie der Röntgenspektren. Zeitschr. f. Phys. **16**, 391, 1923.
Ledrus, R., Sur l'augmentation de la dispersion dans les spectres photoélectriques des rayons *X*. Compt. rend. **176**, 385, 1923.
Lepape, A., and A. Dauvillier, Sur la structure fine des limites d'absorption de haute fréquence; Limites L du Xenon. Compt. rend. **177**, 31, 1923.
Lindh, A. E., Experimentelle Untersuchungen über die *K*-Röntgenabsorptionsspektra der Elemente Chlor, Schwefel und Phosphor. Diss. Lund. 1923.
March, A., Zur Arbeit H. Kulenkampffs: Über das kontinuierliche Röntgenspektrum. Ann. d. Phys. **71**, 603, 1923.
Mauguin, Ch., Réflection des rayons de Röntgen sur certains plans réticulaires rémarquables de la calcite. Compt. rend. **176**, 1331, 1923.
McLennan, J. C. and M. L. Clark, On excitation of Characteristic *X*-rays from light elements. Trans. Proc. Roy. Soc. (A) **102**, 389, 1923.
Mie, G., Echte optische Resonanz bei Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **18**, 105, 1923.
Müller, Alex, The *X*-ray Investigation of Fatty Acids. Journ. Chem. Soc. **123**, 2043, 1923.
Nagaoka, H. and Y. Sugiura, Vacuum Arc for obtaining Spectra extending from Visible Light to Soft *X*-rays. Astrophys. Journ. **57**, 86, 1923.
Olson, Dershem and Storch, *X*-ray Absorption Coefficients of Carbon, Hydrogen and Oxygen. Phys. Rev. **21**, 30, 1923.
Raman, C. V., The Scattering of *X*-rays in Liquids. Nature **111**, 185, 1923.
Richtmyer, F., K. and F. W. Warburton, The Absorption of *X*-rays by Iron, Cobalt, Nickel and Copper. Phys. Rev. **22**, 539, 1923.
—, Absorption of Short *X*-rays by Water and Carbon. Phys. Rev. **21**, 478, 1923.
— and F. W. Warburton, *X*-ray Absorption Coefficients of Cobalt and Nickel. Phys. Rev. **21**, 721, 1923.
Robinson, H., The secondary corpuscular rays produced by homogeneous *X*-rays. Proc. of the Roy. Soc. of London **104** (A), 455, 1923.
Rogers, J. S., *L*-Series of Tungsten and Platinum. Proc. Cambr. Phil. Soc. **21**, 430, 1923.
Rollefson, G. H., Very Soft *X*-rays — the *M*-Series for Iron. Science (N. S.) **57**, 562, 1923.
Ross, P. A., The Wave-length and Intensity of Scattered *X*-rays. Phys. Rev. **22**, 524, 1923.
—, Change in Wave-length by Scattering. Proc. Nat. Acad. Soc. (U. S. A.) **9**, 246, 1923.
—, Critical Potentials of the Thorium *M*-Series Lines. Phys. Rev. **22**, 221, 1923.
—, Crystal Reflexion and change of Wave-length. Phys. Rev. **23**, 290, 1923.
Rosseland, S., On the Theory of Ionization by Swiftly-moving Electrified Particles and the Production of Characteristic *X*-rays. Phil. Mag. **45**, 65, 1923.
Schlechter, E., Einfluß der Entwicklungsweise und Wirkung des Verstärkungsschirmes auf die photographische Platte bei Röntgenstrahlen. Phys. Zeitschr. **24**, 29, 1923.
Schott, G. A., On the Scattering of *X*- and γ-Rays by Rings of Electrons. Proc. of the Royal Soc. of London **104** (A), 153, 1923.
Siegbahn, M., Röntgenstrålarnas totalreflexion. Fysisk Tidsskr. **21**, 170, 1923.
—, und A. Žáček, Über die relative Intensität der *K*-Linien in Röntgenspektren. Ann. d. Phys. **71**, 187, 1923.
Unnewehr, E. C., An Experimental Investigation of the Energy of the Characteristic *K*-radiation from Certain Metals. Phys. Rev. **22**, 529, 1923.
Walter, B., Über die Reflexion der charakteristischen Röntgenstrahlen der chemischen Elemente eines Kristalles durch diesen. Zeitschr. f. Phys. **20**, 257, 1923.

Webster, D. L. and A. E. Hennings, *X*-ray Isocromats of Molybdenum. Phys. Rev. **21**, 312, 1923.

Wentzel, G., Neue numerische Untersuchung der Röntgenspektralterme. Zeitschr. f. Phys. **16**, 46, 1923.

Wilson, C. T. R., Investigations on *X*-rays and β-rays by the Cloud Method. Part I. — *X*-rays. Proc. Roy. Soc. **104** (A), 1, 1923.

—, Investigation on *X*-rays and β-rays by the cloud Method. Part. II. — β-rays. Proc of the Roy. Soc. of London **104** (A), 192, 1923.

Wingärdh, K. A., Experimentelle Untersuchungen über die Schwächung der Röntgenstrahlen. Diss. Lund. 1923.

Wolfers, F., La déviation des rayons *X* à la surface des corps et les effets produits par une fente. Compt. rend. **177**, 32, 1923.

Wyckoff, R. W. G., On the Existence of an Anomalous Reflexion of *X*-rays in Laue Photograms of Crystals. Sill. Journ. **6**, 277, 1923.

1924.

Allen, S. J. M., Absorption coefficients of homogeneous *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 291 (A), 1924.

Allison, S. K. and Duane, W., Reflection of bromine *X*-Radiation by a crystal of potassium bromide. Phys. Rev. **23**, 761 (A), 1924.

— —, The reflection of characteristic bromine *X*-radiation by a crystal of potassium bromide. Proc. of Nat. Acad. of Soc. (U. S. A) **10**, 298, 1924.

—, G. L. Clark and W. Duane, The influeace on secondary *X*-ray spectra by placing the tube and radiator in a box. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 379, 1024.

— and W. Duane, Absorption measurements of certain changes in the average wave-length of tertiary *X*-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 196, 1924.

Armstrong, A. H., W. Duane and W. W. Stifler, The influence on secondary *X*-ray spectra of placing the tube and radiator in a box. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 374, 1924.

Auger, P., Sur les rayons β secondaires produits dans un gaz par des rayons *X*. Compt. rend. **178**, 929; 1535, 1924.

Barkla, C. G. and A. E. Dallas, Notes on corpuscular radiation excited by *X*-rays. Phil. Mag. **47**, 1, 1924.

—, Some recent researches on *X*-rays: the *J*-phenomenon. Nature **114**, 753, 1924.

Bearden, J. A., A test for possible *X*-ray phosphorescence. Nature **113**, 857, 1924.

Becker, J. A., The Compton and the Duane-effects. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 324, 1924.

—, E. C. Watson, R. W. Smythe, R. B. Brode and L. M. Mott-Smith, Reality of the Compton-effect. Phys. Rev. **23**, 763 (A), 1924.

Blau, M. und K. Altenburger, Über eine Methode zur Bestimmung des Streukoeffizienten und des reinen Absorptionskoeffizienten von Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **25**, 200, 1924.

Bothe, W., Die Emissionsrichtung durch Röntgenstrahlen ausgelöster Photoelektronen. Zeitschr. f. Phys. **26**, 74, 1924.

Bowen, J. S. and R. A. Millikan, Universal applicability of *X*-ray doublet laws in the field of optics. Phys. Rev. **23**, 764 (A), 1924.

Boyce, J. C., Soft *X*-rays from heavy elements, tantalum to gold. Phys. Rev. **23**, 575, 1924.

Bozort, R. M., An explanation of peculiar reflections observed on *X*-ray powder photographs. Journ. of the Opt. Soc. of America **9**, 123, 1924.

Bragg, W. H., *X*-ray examination of metal-films. Nature **113**, 639, 1924.

de Broglie, M., Sur le changement de longueur d'onde par diffusion dans le cas de rayons *K* du tungstene. Compt. rend. **178**, 908, 1924.

Bubb, F. W., Direction of ejection of photo-electrons by polarized *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 137, 289 (A), 1924.

Bäcklin, E., Notiz über die Erregung der sogenannten Funkenlinien in der *K*-Reihe der Röntgenspektren und die Theorie von Wentzel. Zeitschr. f. Phys. **27**, 30, 1924.

Carrara, N., Sulla riflessione totale dei raggi X. Il Nuovo Cimento, p. 107, 1924.

Chu, C. T., N and O *X*-rays from tungsten. Phys. Rev. **23**, 551 (A), 1924.

Clark, G. L. and W. Duane, On the theory of the tertiary radiation produced by impacts of photo-electrons. Proc. of the Nat. Ac. of Sc. (U. S. A.) **10**, 191, 1924.

—, W. W. Stifler and W. Duane, Scattering experiments with *Mo* primary *X*-rays and secondary radiators of elements with number 6 to 17. Phys. Rev. **23**, 551 (A), 1924.

—, W. Duane and W. W. Stifler, The secondary and tertiary rays from chemical elements of small atomic number due to primary *X*-rays from a molybdenum target. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 148, 1924.

— —, On secondary and tertiary *X*-rays from germanium. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 92, 1924.

— —, Further experiments upon the reflection by a crystal of its characteristic *X*-radiation. Proc. of the Nat. Acad. of. Sc. (U. S. A.) **10**, 47, 1924.

Collins, E. H., Temperatur effect on the regular reflection of *X*-rays by *Al*-foil. Phys. Rev. **23**, 105 (A), 1924.

Compton, A. H. and J. C. Hubbard, Recoil of electrons from scattered *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 439, 1924.

— and Y. H. Woo, The wave-length of *Mo* $K\alpha$-rays scattered by light elements. Phys. Rev. **23**, 763 (A), 1924.

— —, The wave-length of molybdenum $K\alpha$-rays when scattered by light elements. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A) **10**, 271, 1924.

—, Scattering of *X*-ray-quanta and the *J*-phenomena. Nature **113**, 160, 1924.

—, A quantum-theory of uniform rectliniar motion. Phys. Rev. **23**, 118 (A), 1924.

Coster, D., Optische Dubletts und Röntgendubletts. Die Naturwissenschaften, **36**, 724, 1924.

—, Über die Absorptionsspektren im Röntgengebiet. Zeitschr. f. Phys. **25**, 83, 1924.

Crofutt, C. B., The K and L absorption and emission spectra of tungsten. Phys. Rev. **23**, 105 (A), 1924.

Chamberlain, K., Fine structure of *X*-ray absorption edges. Nature **114**, 500, 1924.

Dauvillier, A., Mesures préliminaires d'intensité dans les spectres de haute fréquence des éléments. Compt. rend. **178**, 1522, 1924.

—, Sur la distribution des électrons entre le niveau *L* des éléments. Compt. rend. **178**, 476, 1924.

—, Recherches spectrographiques sur l'effet A. H. Compton. Compt. rend. **178**, 2076, 1924.

Davis, B. and R. v. Nardroft, Further experiments on the reflection of *X*-rays in pyrites. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 384, 1924.

— —, Refraction of *X*-rays in pyrites. Proc. of the Nat. Ac. of Sc. (U. S. A.) **10**, 60, 1924.

— —, Refraction of *X*-ray in pyrites. Phys. Rev. **23**, 291 (A), 1924.

Dessauer, F. und R. Herz, Zur Härteverteilung der gestreuten Röntgenstrahlen. Vorläufige Mitteilung. Zeitschr. f. Phys. **27**, 56, 1924.

Dolejšek, V., Sur l'identification des lignes de la série *N*. Compt. rend. **178**, 384, 1924.
—, Bemerkungen über die *N*-Serie der *X*-Spektren. Zeitschr. f. Phys. **21**. 111, 1924.
Duane, W. and G. L. Clark, Evidence as to the mechanism of characteristic *X*-radiation. Phys. Rev. **23**, 761 (A), 1924.
— —, Character of tertiary rays at different angles from the primary rays. Phys. Rev. **23**, 551 (A), 1924.
Ehrenfest, P. and P. S. Epstein, Duane-Compton quantum theory of diffraction. Phys. Rev. **23**, 693 (A), 1924.
Ewald, P. P., Über den Berechnungsindex für Röntgenstrahlen und die Abweichungen vom Braggschen Reflexionsgesetz. Zeitschr. f. Phys. **30**, 1, 1924.
Fricke, H. und O. Glaser, Über die durch Röntgenstrahlen in Elementen niederen Atomgewichts ausgelösten sekundären Elektronen. Zeitschr. f. Phys. **29**, 374, 1924.
— —, The secondary electrons produced by hard *X*-rays in light elements. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (U. S. A.) **10**, 441, 1924.
— —, Ionization produced by *X*-rays in small ionization chambers. Phys. Rev. **23**, 761 (A), 1924.
Friedel, E. et F. Wolfers, Les variations de longueur d'onde des rayons *X* par diffusion et la loi de Bragg. Compt. rend. **178**, 199, 1924.
Friedrich, W. und M. Bender, Über gestreute Röntgenstrahlung. I. Teil: Die azimutale Verteilung der Röntgenstrahlen. Ann. d. Phys. **73**, 505, 1924.
Gray, J. A., Scattering of *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 289 (A), 1924.
Grebe, L., Über den Energieverbrauch bei der Ionisation der Luft durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge. Zeitschr. f. Phys. **24**, 264, 1924.
— und L. Kriegesmann, Über den Energieverbrauch bei der Ionisation der Luft durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge. Zeitschr. f. Phys. **28**, 91, 1924.
Halpen, O., Zur Theorie der Röntgenstrahlstreuung. Zeitschr. f. Phys. **30**, 153, 1924.
Hatley, C. C. and B. Davis, Refraction of *X*-rays in calcite. Phys. Rev. **23**, 290 (A), 1924.
Hirata, H., Constitution of the *X*-ray spectra belonging to the L series of the elements. Proc. Roy. Soc. **105** (A), 40, 1924.
Hudson, J. C., Precision *X*-ray spectrometres. Journ. of the Opt. Soc. Amer. **9**, 259, 1924.
Hulbert, E. O., Theory of the refraction of *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 106 (A), 1924.
Jauncey, G. E. M. and H. E. Stauss, The polarizing angle for *X*-rays scattered by paraffin. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (USA.) **10**, 405, 1924.
—, The scattering of *X*-rays and Braggs law. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (USA.) **10**. 57, 1924.
—, On the chance of an electron being ejected photoelectrically from an atom by *X*-rays. Phil. Mag. **48**, 81, 1924.
— and H. E. Stauss, Scattering of polarized *X*-rays by paraffin. Phys. Rev. **23**, 762 (A), 1924.
— and May, H. L., The intensity of *X*-rays scattered from rocksalt. Phys. Rev. **23**, 128, 290 (A), 1924.
—, Angular distribution of recoil electrons produced by polarized *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 289 (A), 580, 1924.
—, Corpuscular quantum theory of the scattering of polarized *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 106 (A), 313, 1924.
—, Photoelectrons and a corpuscular theory of the scattering of *X*-rays. Nature **113**, 196, 1924.
Jönsson, E., Zur Kenntnis des photographischen Schwärzungsgesetzes der Röntgenstrahlen. Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, Nr. 14, 1924.
Kossel, W., Bemerkung zur scheinbaren selektiven Reflexion von Röntgenstrahlen an Kristallen. Zeitschr. f. Phys. **23**, 278, 1924.
Kunz, J., Photo-elektric effect of *X*-rays. Phys. Rev. 23. 106 (A), 1924.
Landé, A., Das Wesen der relativistischen Dubletts bei den Röntgenspektren. Die Naturwissenschaften 17, 332, 1924.
—, Das Wesen der relativistischen Röntgendubletts. Zeitschr. f. Phys. **24**, 88, 1924.
Lang, K., Messungen von Röntgennormalen. Ann. d. Phys. **75**, 489, 1924.
Larsson, A., M. Siegbahn und I. Waller, Der experimentelle Nachweis der Brechung von Röntgenstrahlen. Die Naturwissenschaften **52**, 1212, 1924.
Lindh, A. E., Die *K*-Röntenabsorptionsspektra der Elemente Kalium und Calcium. Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18. Nr. 14. S. 12, 1924.
— und O. Lundquist, Über die Struktur der $K\beta_1$-Linie des Schwefels. (Erste Mitteilung.) Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, Nr. 14, S. 3, 1924.
— —, Über die Struktur der $K\beta_1$-Linie der Elemente Schwefel und Phosphor. (Zweite Mitteilung.) Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, Nr. 34, S. 1, 1924.
— —, Untersuchungen über die $K\beta_1$-Linie des Chlors. Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, Nr. 35, S. 1, 1924.
Lorenz, E. und Rajewsky, B., Über einige Wirkungen von Strahlen. V. Die Bedeutung des Compton-Effektes für die Wirkung von Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **27**. 32, 1924.
Lukirsky, P., Über weiche Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **22**, 351, 1924.
—, On soft *X*-rays from carbon. Phil. Mag. **47**, 466, 1924.
McBain, J. W., Liquid crystals-soap solutions and *X*-rays. Nature **113**, 534, 1924.
—, Liquid cristals-soap solutions and *X*-rays. Nature **114** 49, 1924.
MacInnes, D. A. and T. Shedlovsky, Intensities of reflection of the characteristic rays of palladium from fluorite. Phys. Rev. **22**, 290 (A), 1924.
Maizlich, L., The scattering of *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 762 (A), 1924.
March, A., Kontinuierliches Röntgenspektrum und Plancksches Strahlungsgesetz. Ann. d. Phys. **75**, 711, 1924.
Meitner, L., Über eine notwendige Folgerung aus dem Compton-Effekt und ihre Bestätigung. Zeitschr. f. Phys. **22**, 334, 1924.
Mohler, F. L., Soft *X*-ray levels and the Bohr scheme of atomic structure. Phys. Rev. **23**, 765 (A), 1924.
Müller, M., Über die Abhängigkeit der Röntgenstrahlenausbeute von der Entladungsform. Zeitschr. f. Phys. **28**, 146, 1924.
Nardroff, R. v., The refraction of *X*-rays in iron-pyrits. Phys. Rev. **24**, 143, 1924.
Ray, B. B., On the irregularity of the $L\alpha$-doublet in the *X*-ray spectra. Phil. Mag. **48**, 707, 1924.
Richtmyer, F. K., The relative number of *K* and *L* electrons expelled by *X*-rays. Phys. Rev. **23**, 292, 1924.
— and R. C. Spencer, The structure of the $K\alpha$-lines of *Mo*. Phys. Rev. **23**, 550, 1924.
— —, The Width of the *K*-absorption discontinuity in silver. Phys. Rev. **23**, 760, 1924.
Rollefson, G. K., Spectral series in the soft *X*-ray region. Phys. Rev. **23**, 35, 1924.
Ross, P. A., An *X*-ray spectrograph for scattered radiation. Phys. Rev. **23**, 662, 1924.
—, Scattered *X*-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (USA.) **10**, 304, 1924.
Schiebold, E., Über graphische Auswertung von Röntgenphotogrammen. Zeitschr. f. Phys. **28**, 355, 1924.
Schott, G. A., On the scattering of *X*-rays by hydrogen. Phys. Rev. **23**, 119, 1924.

Seitz, W., Über die Asymmetrie der Elektronenemission an sehr dünnen Metallschichten unter der Einwirkung von Röntgenstrahlen. Ann. d. Phys. **73**, 182, 1924.

Siegbahn, M., Spektroskopie der Röntgenstrahlen. Berlin 1924.

— und R. Thoraeus, Eine Erweiterung des röntgenspektroskopischen Gebietes. Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, Nr. 24, 1, 1924.

— und A. Larsson, Das Röntgenspektrum des mehrfach ionisierten Molybdäns. Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, 1, 1924.

— and B. B. Ray, On the irregularity of the $K\alpha$-doublets in the elements of lower atomic number. The spark lines of copper. Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, Nr. 19, 1, 1924.

Simons, L., The emission of β- and δ-rays from a metallic film and the relation to the quantum theory of scattered X-rays. Phil. Mag. **48**, 250, 1924.

Sponsler, O. L., X-ray reflection from very thin crystals. Phys. Rev. **23**, 662, 1924.

Stauss, H. E., Specular reflection of X-rays. Nature **114**, 88, 1924.

Tandberg, J. G., Über das L-Röntgenabsorptionsspektrum des Jods. Ark. f. Mat., Astr. och Fysik, Bd. 18, Nr. 14, 1, 1924.

Terril, H. M., A quick reading X-ray spectrometer. Journ. of the Opt. Soc. of America **9**, 189, 1924.

Thoraeus, R., Die M-Reihe von Wolfram. Zeitschr. f. Phys. **26**, 396, 1924.

Walter, B., Beugungsfransen an Spaltaufnahmen mit Röntgenstrahlen. Ann. d. Phys. **74**, 661, 1924.

—, Beugungsfransen an Spaltaufnahmen mit Röntgenstrahlen. (2. Mitt.) Ann. d. Phys. **75**, 189, 1924.

—, Beugungserscheinungen an Spaltaufnahmen mit Röntgenstrahlen. Verhandl. d. deutsch. physik. Ges. **5**, 10, 1924.

—, Über die Niveauwerte der Röntgenspektren der chemischen Elemente. Zeitschr. f. Phys. **30**, 357, 1924.

—, Ein neues Verfahren zur Bestimmung der Wellenlänge einer Absorptionsgrenze sowie über die K-Absorptionsgrenzen des Nickels und des Zinks. Zeitschr. f. Phys. **30**, 350, 1924.

Warburton, F. W. and F. K. Richtmyer, X-ray absorption coefficients in the neighbuorhood of K-limits. Phys. Rev. **23**, 291 (A), 1924.

Webster, D., A possible explanation of tertiary line-spectra in X-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (USA.) **10**, 186, 1924.

Webster, D. L., Possible explanation of tertiary line-spectra in X-rays. Phys. Rev. **23**, 663 (A), 1924.

Wentzel, G., Zur Quantentheorie des Röntgenbremsspektrums. Zeitschr. f. Phys. **27**, 257, 1924.

—, Funkenlinien im Röntgenspektrum. (Nachträge.) Ann. d. Phys. **73**, 647, 1924.

Wills, A. P., Change of wave-length in X-ray scattering. Phys. Rev. **53**, 551 (A), 1924.

Wisniewski, F. J. v., Über die Absorptionsgrenzen der K-Reihe. Zeitschr. f. Phys. **28**, 231, 1924.

Woo, Y. H., Note on the absorption measurements of the X-rays reflected from a calcite crystal. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. (USA.) **10**, 145, 1924.

1925.

Allison, S. K., On the reported $K\beta_4$-Line in the X-ray spectra of Molybdenum and Palladium. Nature **115**, 978, 1925.

— and W. Duane, On scattered radiation due to X-rays from Molybdenum and Tungsten Targets. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 25, 1925.

— —, Experiments on the wave-lengths of scattered X-rays. Phys. Rev. **26**, 300, 1925.

Allison, S. K. and W. Duane, An experimental determination of the critical excitation frequency for the production of fluorescent X-radiation. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 485, 1925.

— —, Wave-lengths of scattered X-rays. Phys. Rev. **26**, 300, 1925.

— and A. Armstrong, A reinvestigation of the wave-lengths and relative intensities in the molybdenum K-series X-ray spectrum. Phys. Rev. **26**, 701, 1925.

— —, Experiments on the rel. intensities of some X-ray lines in the L-spectrum of tungsten and the K-spectrum of copper. Phys. Rev. **26**, 714, 1925.

— —, Note on the experimental determination of the rel. intensities of some of the molybdenum and copper K-series lines and the tungsten L-series lines. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **2**, 563, 1925.

Armstrong, Alice, William Duane, R. J. Havighurst, The reflection of X-rays by alkali halide crystals. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 218, 1925.

Barkla, C. G., The J-Phenomenen in X-rays. Phil. Mag. **50**, 1033, 1925.

— and G. I. Mackenzie, The Coherence of Superposed X-radiations. Nature **115**, 942, 1925.

— and S. R. Khastgir, The J-Phenomenen in X-rays. Part. II. Application to scattered X-rays. Phil. Mag. **50**, 115, 1925.

— —, The J-transformation of scattered X-rays. Phil. Mag. **49**, 251, 1925.

Berg, O. und I. Tacke, Die Ekamangane. Röntgenspektroskopischer Teil. Die Naturwissenschaften **13**, 571, 1925.

Bergen-Davis, Compton effect; Dependence of the intensity upon the atomic number. Phys. Rev. **25**, 737, 1925.

Berthold, R., Über die photographische und ionisierende Wirkung von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge. Ann. d. Phys. **76**, 409, 1925.

— und R. Glocker, Über photographische und iongmetrische Intensitätsmessungen an Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge. Zeitschr. f. Phys. **31**, 259, 1925.

Björkeson, Albert, X-ray radiation from hot sparks. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 413, 1925.

Blake, F. C., Precision X-ray measurements by powder method. Phys. Rev. **26**, 60, 1925.

Bothe, W., Die Polarisation der gestreuten Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **31**, 24, 1925.

—, Die Energiebilanz für die Absorption der Röntgenstrahlen. Phys. Zeitschr. **26**, 410, 1925.

—, Der Streukoeffizient für harte Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **34**, 819, 1925.

— und H. Geiger, Über das Wesen des Comptoneffekts; ein experimenteller Beitrag zur Theorie der Strahlung. Zeitschr. f. Phys. **32**, 639, 1925.

Bragg, W., The investigation of the properties of thin films by means of X-rays. Nature **115**, 266, 1925.

Bragg, W. L., The interpretation of intensity. Measurements in X-ray analysis of crystal structure. Phil. Mag. **50**, 306, 1925.

Broglie, de, L. and A. Dauvillier, Semi-optical lines in the X-ray spectra. Phil. Mag. **49**, 752, 1925.

Broglie de, M. et A. Dauvillier, Recherches spectrographiques sur l'effet Compton. Journ. d. Phys. **6**, 369, 1925.

— et Trillat, Sur l'interprétation physique des spectres X d'acides gras. Compt. rend. 1485, 1925.

Bronstein, M., Zur Theorie des kontinuierlichen Röntgenspektrums. — Zeitschr. f. Phys. **32**, 881, 1925.

Busse, W., Das photographische Schwärzungsgesetz für homogene Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **34**, 11, 1925.

Bäcklin, E., Das $K\alpha_1\alpha_2$-Dublett der leichteren Elemente und die Abhängigkeit der Röntgenspektren von der chemischen Bindung. Zeitschr. f. Phys. **33**, 547, 1925.

Bäcklin, E., Siegbahn, M. and R. Thoraeus, „Semi-optical" lines in the *X*-ray spectra. Phil. Mag. **49**, 513, 1925.
— —, —, Semi-optical lines in the *X*-ray spectra. Phil. Mag. **49**, 1320, 1925.
Chamberlain, K., Fine structure of certain *X*-ray absorption edges. Phys. Rev. **26**, 525, 1925.
Clark, Georg L. and William Duane, The relative intensities of fluorescent and scattered *X*-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 173, 1925.
Compton, Arthur H., On the mechanism of *X*-ray scattering. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 303, 1925.
— and J. A. Bearden, The effect of a surrounding box on the spectrum of scattered *X*-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 117, 1925.
— and R. L. Doan, *X*-ray spectra from a ruled reflection grating. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 598, 1925.
— and A. W. Simon, Directed quanta of scattered *X*-rays. Phys. Rev. **26**, 289, 1925.
— —, Beta Rays Associated with Scattered *X*-rays. Phys. Rev. **25**, 306, 1925.
Cork, J. M., Short Wave *X*-ray Spectrograph and some *K*-Emission Wave-lengths. Phys. Rev. **25**, 197, 1925.
Coster, D., Über die Niveauwerte der Röntgenspektren der chemischen Elemente. Zeitschr. f. Phys. **31**, 898, 1925.
— u. S. Goudsmit, Über die Intensität der Röntgenspektrallinien. Die Naturwissenschaften **1**, 11, 1925.
Defoe, O. K. and G. E. M. Jauncey, Modified and unmodified scattering coefficients of *X*-rays in matter. Proc. of the Nat. Ac. of Sc. **11**, 517, 1925.
Delauney, E., Sur une nouvelle méthode d'analyse quantitative par rayons *X*; Compt. rend. 1658, 1925.
Duane, William, Note on the quantum theory of the reflection of *X*-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 175, 1925.
—, The calculation of the *X*-ray diffracting power at points in a crystal. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 489, 1925.
Dunbar, R. T., The *J*-phenomena and the quantum-theory of scattering of *X*-radiation. Phil. Mag. **49**, 210, 1925.
Ewald, P. P., Die Intensitäten der Röntgenreflexe und der Strukturfaktor. Physik. Zeitschr. **26**, 29, 1925.
Gleditsch, E. et E. Botolfsen, Les spectres des rayons *X* du praséodyme, du néodyme et du samarium. Compt. rend. 1653, 1925.
Glocker, R. und W. Frohnmayer, Über röntgenspektroskop. Bestimmung des Gewichtanteiles eines Elementes in Gemengen und Verbindungen. Ann. d. Phys. **76**, 369, 1925.
Hartree, D. R., The atomic structure factor in the intensity of reflexion of *X*-rays by crystals. Phil. Mag. **50**, 289, 1925.
Hjalmar, E. and M. Siegbahn, Anomalous dispersion in the field of *X*-rays. Nature **115**, 1925.
James, R. W., The influence of temperature on the intensity of reflexion of *X*-rays from rocksalt. Phil. Mag. **49**, 585, 1925.
Jauncey, G. E. M., The Compton and Duane effects. Nature **115**, 1925.
—, Theory of the width of the modified spectrum lines in the Compton effect. Phil. Mag. **49**, 427, 1925.
—, Quantum Theory of the Unmodified Spectrum Line in the Compton Effect. Phys. Rev. **25**, 314, 1925.
—, Compton effect; Quantum theory of the intensity of the modified Bands. Phys. Rev. **25**, 723, 1925.
— and O. K. Defoe, Number of beta-rays associated with scattered *X*-rays. Phys. Rev. **26**, 433, 1925.
— —, The energy reappearing as characteristic *X*-rays when *X*-rays are absorbed in copper. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 520, 1925.
Joffé, A. und Dobronrawów, N., Beobachtungen über die Ausbreitung von Röntgenimpulsen. Zeitschr. f. Phys. **34**, 889, 1925.
Kallmann, H. und Mark, H., Zur Größe und Winkelabhängigkeit des Comptoneffektes. Die Naturwissenschaften **13**, 297, 1925.
Kartschagin, W. und Tschetwerikowa, E., Über die Abhängigkeit des beobachteten Polarisationsgrades der primären Röntgenstrahlen von der Substanz des Analysators. Zeitschr. f. Phys. **35**, 276, 1925.
Khastgir, S. R. and W. H. Watson, Spectroscopic evidence of *J* transformation of *X*-rays. Nature **116**, 47, 1925.
—, and W. H. Watson, Spectroscopic evidence of *J* transformation of *X*-rays. Nature **115**, 604, 1925.
Kriegesmann, L., Eine experimentelle Bestimmung des Energieverbrauches bei der Ionisation der Luft durch Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge. Zeitschr. f. Phys. **32**, 542, 1925.
Kulenkampff, H., Bemerkung über die Reflexion von Röntgenstrahlen an Bromkaliumkristallen. Physik. Zeitschr. **26**, 657, 1925.
Larsson, A., Exp. Untersuchung über die Abweichungen vom Braggschen Gesetz bei Glimmerkristallen. Ark. f. Mat. Astr. o. Fys. 19A, Nr. 14, 1925.
Leide, A., Recherches sur la série *K* des rayons *X*. Compt. rend. 1203, 1925.
—, Exp. Untersuchungen über Röntgenspektra. *K*-Serie. Diss. Lund 1925.
Lindh, Axel E., Über die *K*-Röntgenabsorptionspektra der Elemente *Si*, *Ti*, *V*, *Cr*, *Mn* und *Fe*. Zeitschr. f. Phys. **31**, 210, 1925.
Loughridge, D. H., Photo-electrons produced by *X*-rays; Direction of ejection. Phys. Rev. **26**, 697, 1925.
Lundquist, O., Über die $K\beta$-Linien in den Röntgenemissionsspektra der Elemente Phosphor und Kalium. Zeitschr. f. Phys. **33**, 901, 1925.
Mark, H., Der Comptoneffekt. Seine Entdeckung und seine Deutung durch die Quantentheorie. Die Naturwissenschaften **13**, 494, 1925.
— u. L. Szilard, Ein einfacher Versuch zur Auffindung eines selektiven Effektes bei der Zerstreuung von Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **33**, 688, 1925.
— u. S. Tolksdorf, Über das Beugungsvermögen der Atome für Röntgenstrahlen. Zeitschr. f. Phys. **33**, 681, 1925.
Mie, G., Bremsstrahlung und Comptonsche Streustrahlung. Zeitschr. f. Phys. **33**, 33, 1925.
Millikan, R. A. and J. S. Bowen, The significance of the discovery of *X*-ray laws in the field of optics. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 119, 1925.
Nipper, W. W., Spectroscopic evidence of *J*-transformation of *X*-rays. Nature **116**, 11, 1925.
Nishina, Y., On the *L*-absorption spectra of the elements from *Sn* (50) to *W* (74) and their relation to the atomic constitution. Phil. Mag. **49**, 521, 1925.
Pauling, L. and A. Björkeson, A new crystal for wave-length measurements of soft *X*-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 445, 1925.
Rabinow, Irwin Isaac, Note on the diffraction of *X*-rays by a wedge-shaped slit. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 222, 1925.
Ray, B., The effect of chemical constitution of the *X*-rays spectrum of sulphur. Phil. Mag. **50**, 505, 1925.
—, B. B., On the dependence of $K\alpha$-doublet with different chemical compounds. Phil. Mag. **49**, 168, 1925.
Réchou, G., Etude spectrographique de la série *K* des éléments lourds. Compt. rend. 1107, 1925.
Richtmyer, F. K., *X*-ray lines and absorption limits. Phys. Rev. **26**, 724, 1925.
Robinson, H., The *K*-absorption levels of the light atoms. A correction. Nature **115**, 945, 1925.
—, *X*-ray terms and intensities. Phil. Mag. **50**, 241, 1925.

Rollefson, G. K., Characteristic X-rays from lithium. Phys. Rev. **25**, 740, 1925.
Ross, P. A., X-rays scattered by molybdenum. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 567, 1925.
—, Ratio of intensities of unmodified and modified lines in scattered X-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 569, 1925.
— and D. L. Webster, Comptoneffect. Evidence on its relation to Duane's box. Proc. of Nat. Acad. Sc. **11**, 56, 1925.
— —, The Compton effect with no box around the tube. Proc. of Nat. Sc. (U. S. A.) **11**, 56, 1925.
Seitz, W., Über die Asymmetrie der Entladung von Röntgenelektronen. II. Physik. Zeitschr. **17**, 610, 1916.
Seljakow, N. und A. Krasnikow, Ein neues $K\beta_1$-Dublett der Elemente *Mn* und *Cr*. Zeitschr. f. Phys. **33**, 601, 1925.
Sharp, H. M. Change of wavelength of scattered X rays; Precision measurements. Phys. Rev. **26**, 691, 1925.
Siegbahn, M., The Spectroscopy of X-rays. Oxford 1925.
—, Spectroscopic evidence of $\mathcal{F}$-transformation of X-rays. Nature **116**, 11, 1925.
—, La réflexion et la réfraction des rayons X. Journ. d. Phys. **6**, 228, 1925.
— und Hjalmar, Standardmessungen von Wellenlängen im Röntgengebiet. Ark. f. Mat. Astr. o. Fys. **19** (A), Nr. 24, 1925.
Smith, J. H., Abnormal reflexion of X-rays. Phil. Mag. **49**, 192, 1925.
Sommerfeld, A., Zur Theorie des periodischen Systems. Physik. Zeitschr. **26**, 70, 1925.
—, Über die Intensität der Röntgenlinien. Ann. d. Phys. **76**, 284, 1925.
Stelling, Beitrag zur Kenntnis des Zusammenhangs zwischen chemischer Konstitution und X-Röntgenabsorptionsspektra. Zeitschr. f. phys. Chemie **117**, 161, 1925.
Thomas, C. H., Soft X-rays from Iron. Phys. Rev. **25**, 322, 1925.
—, Soft X-rays from iron, cobalt, nickel and copper. Phys. Rev. **26**, 739, 1925.
Thoraeus, R. and M. Siegbahn, A high-vacuum spectrograph for X-ray measurements and some preliminary results. Ark. f. Mat. Astr. o. Fys. **19** (A), Nr. 12, 1925.
Turner, L. A., Multiple X-ray ionisation of light atoms. Phys. Rev. **26**, 143, 1925.
Wawilow, S. J., Die optischen Interferenzversuche und die Comptonsche Verschiebung. Physik. Zeitschr. **26**, 468, 1925.
Weber, H. P., Über die Nichtexistenz der Clark-Duaneschen Sekundärspektren bei Verwendung fehlerloser Kristalle. Zeitschr. f. Phys. **33**, 767, 1925.
Webster, D. L. and P. A. Ross, The Compton effect with hard X-rays. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 224, 1925.
Wentzel, G., Über die Komplexstruktur der Röntgenfunkenspektren. Zeitschr. f. Phys. **31**, 445, 1925.
—, Die Theorien des Comptoneffektes. I. Physik. Zeitschr. **26**, 436, 1925.
—, Zum Termproblem der Dublettspektren, insbesondere der Röntgenspektren. Ann. d. Phys. **76**, 803, 1925.
Woo, Y. H., The Comptoneffect and tertiary radiation. Proc. of the Nat. Acad. of Sc. **11**, 123, 1925.
—, Scattering of X-rays by recoiling electrons. Phys. Rev. **25**, 444, 1925.
Zumstein, R. V., Tungsten X-ray emission and absorption spectrum. Phys. Rev. **25**, 747, 1925.

(Eingegangen 8. Oktober 1926.)

BESPRECHUNGEN.

R. Ambronn, Methoden der angewandten Geophysik. Wissenschaftliche Forschungsberichte, naturwissenschaftliche Reihe. Bd. XV. 8°. XII u. 258 S., 84 Fig., 23 Tab. Dresden u. Leipzig, Theodor Steinkopff. 1926. Brosch. M. 15.—, geb. M. 16.50.

Um eine in den Kreisen der angewandten Geophysik schwer empfundene Lücke auszufüllen, hat sich der Verfasser der sehr mühevollen und dankenswerten Aufgabe unterzogen, die in der Literatur weit zerstreuten und oft schwer zugänglichen Arbeiten zu sammeln und sie in übersichtlicher Form zusammenzustellen. Eine umfangreiche Literaturkenntnis kam hierbei dem Verfasser zustatten. Sehr sorgfältig aufgestellte Verzeichnisse am Schluß des Buches erhöhen seine Brauchbarkeit als Nachschlagewerk außerordentlich. Nicht weniger als 1671 Literaturangaben aus Büchern und 271 Zeitschriften sind verzeichnet. Zu bemerken ist, daß selbst die neueste Literatur Berücksichtigung gefunden hat.

Da sich das Buch wesentlich an Geologen und Bergleute wendet, ist jedem Kapitel eine kurze Darstellung der physikalischen Grundlagen, ebenfalls mit sehr häufigen Hinweisen auf die Originalliteratur, vorangestellt. Für den Physiker wird es sich empfehlen, diese Hinweise fleißig zu benutzen. Der allgemein verständliche Charakter der Darstellung bringt es mit sich, daß gerade bei den physikalischen Grundlagen die Darstellung nicht ganz so eingehend und exakt ist, wie sie der Physiker wünschen möchte. Allerdings würde eine solche Darstellung wesentlich mehr Raum und größere Vorbildung des Lesers verlangen, als sie für dieses Buch vorausgesetzt ist.

Der Verfasser hat eine kritische Sonderung der angeführten Arbeiten vermieden. Ob das ein Vorteil ist, möchte der Referent nicht unbedingt bejahen. Jedenfalls werden hierdurch an die Sachkenntnis der Leser Anforderungen gestellt. Dem bereits Erfahrenen wird Ambronns Werk zur Abrundung seiner Kenntnisse nützlich sein.

Die Geophysik gewinnt an praktischer Bedeutung für die geologische und lagerstättenkundliche Erforschung der Erde. Die Gesteine haben verschiedene pyhsikalische Konstanten. Diese bedingen ein verschiedenartiges Verhalten gegenüber natürlichen oder künstlich erzeugten Kraftfeldern. Die praktische Geophysik hat nun das Verhalten der verschiedenen Gesteine in verschiedenen Kraftfeldern zu studieren und aus der Wirkung auf das an der Erdoberfläche befindliche und auszumessende Kraftfeld Schlüsse auf den geologischen Bau des Untergrundes zu ziehen.

Über die hierfür verwendbaren und verwendeten geophysikalischen Methoden gibt der Verfasser eingehend Auskunft. Leider verhindert, wie auch im Vorwort bemerkt, das strenge Geheimhalten seitens der geophysikalischen Industrie eine überall ganz lückenlose Darstellung.

Eine Einleitung bringt die Entwicklung und

den jetzigen Stand der geophysikalischen Aufschlußmethoden.

Das erste Kapitel (S. 9—47) betrachtet den Einfluß des Untergrundes auf die Beschaffenheit des Schwerefeldes an der Erdoberfläche. Geoid, Schwerkraft, Gradient der Schwerkraft, Lotabweichung und die Instrumente (Pendel, Drehwage) werden angeführt, ferner wird die Anwendung auf das Problem der Isostasie und auf die praktische Lagerstättenerforschung behandelt. Die praktische Anwendung der Lotabweichung, weil weniger aussichtsreich, wird nur gestreift.

Die magnetischen Aufschlußmethoden bringt das nächste Kapitel (S. 47—84). Das magnetische Erdfeld, seine räumlichen und zeitlichen Variationen und seine Störungen werden behandelt, magnetische Instrumente, Gesteinsmagnetismus und sein Einfluß auf das magnetische Feld an der Erdoberfläche bilden die weiteren Ausführungen.

Im dritten Kapitel (S. 85—104) finden wir die Verwertung radioaktiver und luftelektrischer Messungen für geophysikalische Aufschlußarbeiten. Den Inhalt bilden die Eigenschaften der radioaktiven Stoffe, deren Messung, luftelektrische Messungen und die Verwertung der radioaktiven Messungen zur Bodenforschung.

Die folgenden Kapitel behandeln die Ausbreitung von Energiestrōmen in der Erde.

Auf eine kurze Zusammenstellung der in Betracht kommenden Methoden (S. 104—105) werden die elektrischen Erderforschungsmethoden besprochen (S. 105—150). Den Inhalt bilden die Ausbreitung des elektrischen Stromes in einem räumlichen Leiter, die elektrischen Eigenschaften der natürlichen Gesteine, Messung des im Boden fließenden Stromes, natürliche Erdströme, ferner elektrochemische Erscheinungen an Lagerstätten verschiedener Art, Bodenerforschung mit künstlich erregten Strömen, Wechselstrom- und Hochfrequenzfeldern.

Das Kapitel über die Untersuchung des Aufbaues des Untergrundes mittels elastischer (seismischer) Wellen (S. 151—189), bringt weniger über die Anwendungen, da die seismische Industrie fast alle ihre Ergebnisse aus begreiflichen Gründen geheimhält. Es werden hauptsächlich Methoden und Ergebnisse der wissenschaftlichen Seismik angeführt: physikalische Grundlagen, Bau des Erdinnern, Auslösung von Erdbebenwellen, Einfluß des geologischen Baues auf die Ausbreitung der Erdbebenwellen, seismische Bodenunruhe, seismische Apparate, künstliche Erschütterungen und seismische Bodenforschung. Auch die Wichtigkeit der seismischen Untersuchungen für bautechnische Zwecke ist angeführt. Der Vollständigkeit wegen wird die Vorhersage von Erdbeben gestreift.

Die Temperaturverteilung im Erdinnern und die Verwertung von Temperaturmessungen in der angewandten Geophysik ist der Gegenstand des letzten Kapitels (S. 190—205). Die Wärmeleitfähigkeit der Gesteine, deren Einfluß auf die geothermische Tiefenstufe, Einflüsse von Oberflächentemperatur und Oberflächenprofil sowie thermische Bodenforschung werden besprochen, allerdings etwas kürzer als die Methoden in einigen anderen Kapiteln wegen der relativ geringeren Bedeutung für die Praxis.

Bei der schnellen Entwicklung der angewandten Geophysik ist zu erwarten, daß die Hinweise auf die Literatur bald einer Ergänzung bedürfen. Man darf wohl die Hoffnung aussprechen, daß der Verfasser die Mühe nicht scheuen und zu gegebener Zeit mit einer Ergänzung an die Öffentlichkeit treten wird.

K. Jung.

H. Geiger u. K. Scheel, Handbuch der Physik. Band X. Thermische Eigenschaften der Stoffe. Gr.-8°. VI u. 486 S. m. 207 Fig. Berlin, Jul. Springer. 1926. M. 35.40, geb. M. 37.50.

Im vorliegenden X. Band des neuen Handbuches werden die thermischen Eigenschaften der Stoffe behandelt. Im 1. Kapitel leitet Grüneisen die Gleichungen ab, die für den Zustand des festen Körpers gelten; der historischen Entwicklung gemäß wird zuerst phänomenologisch das Wirkungsgesetz (Mie, Grüneisen) zwischen den Atomen angenommen, das dann auf Grund des Elektronenmodells des Atoms eine elektrostatische Deutung und Vervollständigung (Born) findet. Im 2. Kapitel behandelt Körber Schmelzen, Erstarren und Sublimieren nach der Methode Tammanns. Das 3. Kapitel, von van der Waals jr., behandelt den Zustand der gasförmigen und flüssigen Körper. Hierbei sind vor allem die Arbeiten holländischer Forscher berücksichtigt, während einige sehr wesentliche Resultate neuerer deutscher Arbeiten keine Aufnahme gefunden haben. Das 4. Kapitel, Thermodynamik der Gemische von Kohnstamm, behandelt dieses Thema in übersichtlicher Form. Das 5. u. 6. Kapitel befaßt sich mit der spezifischen Wärme; ersteres von Schrödinger behandelt den theoretischen, letzteres von Scheel den experimentellen Teil. Im 7. Kapitel hat die Bestimmung der freien Energie unter Anwendung des Nernstschen Theorems Aufnahme gefunden; dieses Kapitel ist von Simon bearbeitet. Schließlich gibt das 8. Kapitel die Thermodynamik der Lösungen, bearbeitet von Drucker. Besonders in diesem letzten Kapitel und in dem Kapitel von Kohnstamm ist ausgiebig Gebrauch von Diagrammen gemacht, die viel zur Klarheit der Darstellung beitragen.

L. Schames.

H. Ulich, Über die Beweglichkeit der elektrolytischen Ionen. (Fortschritte der Chemie, Physik und physikalischen Chemie Bd. 18, Heft 10.) Gr. 8°. 56 S. mit 2 Fig. Berlin, Gebr. Borntraeger. 1926. Geh. M. 4.80.

Als Aufgabe dieser Arbeit wird bezeichnet, die Gesetze der Ionenreibung und damit der Ionenbeweglichkeit in Abhängigkeit von den speziellen Eigenschaften der Ionen und der Lösungsmittel zu untersuchen. Vor allem handelt es sich um die Fragen der Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes (bzw. der daraus folgenden Beziehung $l \cdot \eta = \text{const.}$ bei Änderung von Temperatur und Druck, $l =$ Ionenbeweglichkeit, $\eta =$ Koeffizient der inneren Reibung des Mediums) und der Waldenschen Regel (Konstanz von $l \cdot \eta$ für ein Ion bei Variation des Lösungsmittels). Es wird gezeigt, daß namentlich unter Berücksichtigung der Ergebnisse von W. Wien, der die Temperaturkoeffizienten der Leitfähigkeit bei außerordentlicher rascher Erwärmung (10^{-3}—10^{-7} sec) bestimmte, das Stokessche Gesetz — von wenigen Ausnahmen abgesehen — allgemeine Gültigkeit besitzt. Der Waldensche Regel dagegen gehorchen im allgemeinen nur große organische Ionen, bei denen geringe oder gar keine Solvatation anzunehmen ist. Ungeklärt sind bis jetzt die noch vorhandenen Abweichungen vom Stokesschen Gesetz. Schließlich werden einige Vorstellungen über den Bau der Lösungsmittelmoleküle besprochen, die eine Reihe der beobachteten Erscheinungen qualitativ plausibel erklären.

Die Arbeit ist sehr klar und kritisch geschrieben und kann bestens empfohlen werden. H. Wolf.

H. Freundlich, Fortschritte der Kolloidchemie. Gr. 8°. 108 S. mit 47 Fig. Dresden u. Leipzig, Th. Steinkopff. 1926. Geh. M. 5.50.

Das Büchlein bildet eine wertvolle Ergänzung zu der „Kapillarchemie" des Verfassers. Es ist aus Vorlesungen entstanden, die der Verfasser im Jahr 1925 in den Vereinigten Staaten gehalten hat, und gibt einen vortrefflichen Überblick über die neueren Arbeiten auf den Gebieten der Adsorption, des elektrischen Potentials, der Koagulation, der Gestalt und Oberfläche von Kolloidteilchen, sowie des Photodichroismus. Vorausgesetzt werden die wichtigsten Begriffe der Kolloidchemie; im übrigen ist das Büchlein leicht faßlich und klar geschrieben. Das Werkchen dürfte von besonderem Interesse für den Biologen und den biologisch interessierten Physiker und Chemiker sein, denn die kolloiden Systeme sind wichtige Modelle für die komplizierten Zellsysteme der Organismen; so findet sich fast in jedem Kapitel des Büchleins ein Hinweis auf verwandte Erscheinungen auf dem Gebiete der Biologie.
H. Wolff.

R. Couffon, Transport de l'Electricité. 16°. 219 S. mit 45 Figuren. Paris, A. Colin. 1926. Fr. 8.40, geb. 10.20.

Der handliche Band behandelt in knapper, klarer Weise alle Fragen, die mit dem Transport elektrischer Energie längs Leitungen zusammenhängen: Berechnung oberirdischer Leitungen einschließlich ihrer Stützpunkte in elektrischer und mechanischer Beziehung, Berechnung von Kabelnetzen unter Berücksichtigung der Stromwärme und der dielektrischen Verluste, Schutz der Anlagen gegen Überspannungen und Überströme, endlich Inbetriebnahme, Unterhaltung und Überwachung. Als Abschluß werden die einschlägigen französischen Vorschriften angegeben. Der Band ist als Vademekum für den Bau- und Betriebsingenieur gedacht, aber auch geeignet, den Physiker mit den Aufgaben dieses Gebiets vertraut zu machen. Klewe.

The Svedberg, Kolloidchemie. Übersetzt von Dr. Finkelstein. VII. u. 261 S. mit 132 Abbildungen u. 3 Tafeln. Leipzig, Akademische Verlagsges. m. b. H. 1925. Geb. M. 12.—.

Die Monographie ist entstanden aus einer Vorlesungsreihe und enthält: die Bildung der Kolloidteilchen, die Kolloidteilchen als molekularkinetische Einheit und das Kolloidteilchen als Mizelle. In der Hauptsache werden die Forschungen des Verfassers wiedergegeben, was das Buch als allgemeines Werk über Kolloidchemie etwas beeinträchtigt. Die Beschreibung von in der Kolloidchemie benötigter Apparaturen, ihre Benutzung und Anwendung, wie z. B. das Ultramikroskop und die vom Verfasser besonders ausgearbeitete Ultrazentrifuge, nehmen einen breiten Raum ein. Die Theorien der Kolloidchemie sind einfach und verständlich geschrieben. Das Buch dürfte wohl eine wertvolle Bereicherung der Fachliteratur sein, das auch dem Nichtfachmann nützen kann. Wilhelm Jander.

F. W. Küster, Logarithmische Rechentafeln für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner und Physiker. 30.—34., verb. und verm. Auflage, bearbeitet von Prof. Dr. A. Thiel. 8°. 148 S. Berlin u. Leipzig, W. de Gruyter & Co. 1925. M. 4.80, geb. M. 6.—.

Die ausgezeichneten Küsterschen Rechentafeln sind hauptsächlich für den Chemiker bestimmt und diesem auch vollkommen unentbehrlich geworden. Der Physiker wird dagegen weniger in die Lage kommen, oft Tafeln wie Gewichte von Atomen, Atomgruppen, Molekeln und Äquivalente, wie Berechnung von Analysen, wie volumetrische Bestimmung von Gasen und dergl. gebrauchen zu müssen. Für den Physiker wertvoll ist die Tafel über die Wheatstonesche Brücke, Logarithmen der Werte a; $(1000 - a)$, über Molekulargewichtsbestimmung, über Löslichkeit wichtiger Stoffe.
Wilhelm Jander.

L. W. Pollak, Rechentafeln zur harmonischen Analyse. Gr. 4°. 23 S. Text, 258 S. Tafeln. Leipzig, Johann Ambr. Barth. 1926. Geb. M. 30.—.

Die im Umdruckverfahren hergestellten Tafeln geben ausführliche Hilfsmittel zur Berechnung der bei der harmonischen Analyse empirischer Funktionen notwendigen Glieder $y_\alpha \cdot \cos$ (bzw. $\sin$) $k \frac{2\pi\alpha}{n}$. Für $n = 3$ bis 40 sind die cos bzw. sin numerisch auf 4 und logarithmisch auf 5 Stellen gegeben. Außerdem sind für $n = 3$ bis 24, 26, 28, 30, 34, 36 und 38 die Produkte der numerischen Werte cos und sin mit den Faktoren 1 bis 1000 auf drei Stellen nach dem Komma berechnet. In allen diesen (und teilweise auch in anderen) Fällen ist die Analyse also in mehr als notwendiger Genauigkeit auf Additionen zurückgeführt. Ausführliche Rechenvorschriften führen in den Gebrauch der anscheinend zuverlässigen Tafeln ein. A. Kopff.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent für Astronomie an der Universität Heidelberg Dr. Heinrich Vogt zum a. o. Professor ebenda, der a. o. Professor der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Graz Dr. Alois Zinke zum a. o. Professor der Chemie an der Universität daselbst, Dr. Nathan L. Drake zum Professor für technische Chemie an der Universität von Maryland in Baltimore.

Gestorben: Der a. o. Professor der Chemie an der Universität Berlin Dr. Leopold Spiegel, der Professor der Mathematik an der Universität Göttingen Geh. Regierungsrat Dr. Carl Runge, der Privatdozent für Physik an der Universität München Dr. Wilhelm Donle, der ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Universität Halle Dr. Heinrich Schulze, der ord. Professor der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Mailand Dr. Ettore Molinari, der frühere Professor der anorganischen Chemie an dem Massachusetts Institute of Technology in Cambridge Dr. F. I. Moore; der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Leipzig Geh. Hofrat Dr. O. Wiener.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.